

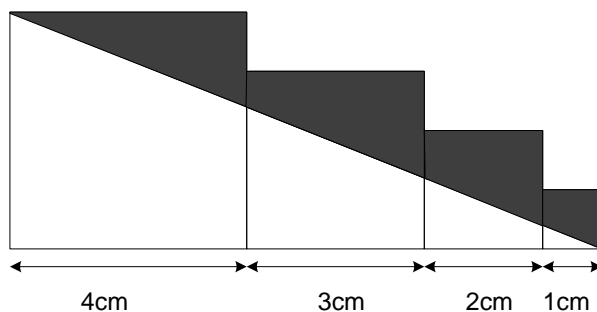
4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTEL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
1° SECUNDARIA



<table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">APELLIDO PATERNO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">NOMBRES</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">DISTRITO EDUCATIVO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Fiscal</i></td> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Particular</i></td> <td style="width:33%;"></td> </tr> </table>																															<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>		<table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">APELLIDO MATERNO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">TELÉFONO DE CONTACTO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td><td style="width:12.5%;"></td></tr> </table> <p align="center">UNIDAD EDUCATIVA</p> <table border="1" style="width:100%; height: 20px;"> <tr> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Convenio</i></td> <td style="width:33%;"></td> <td style="width:33%;"></td> </tr> </table>																															<i>Convenio</i>		
<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>																																																																		
<i>Convenio</i>																																																																			

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un círculo la respuesta correcta)

- 1.- [15pts] Cuando son las 5 p.m. en Moscú, son las 3 p.m. en Viena y son las 9 a.m. del mismo día en La Paz. Sonia se acostó en Santa Cruz a las 9 p.m. del domingo. Qué hora y que día era en Moscú en ese momento?
- a) 1 a.m., domingo b) 5 a.m., lunes c) 5 p.m., domingo d) 1 p.m., domingo e) N.A.
- 2.- [15pts] Se quiere formar el numero 12345678910111213141516.....2014
- En qué lugar está la cifra central, contando de 1 en 1?
- a) 3472 b) 3475 c) 3373 d) 3381 e) N.A.
- 3.- [15pts] Se tiene 4 cuadrados como muestra la figura. Por lo tanto el área sombrada es de



- a) 8 cm² b) 10 cm² c) 12 cm² d) 14 cm² e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.- [15pts] Una alfombra mágica rectangular se achica hasta la mitad de su longitud, y hasta la tercera parte de su ancho, cada vez que su dueño concede un deseo. Si después de otorgar tres deseos el área de la alfombra quedo en 4cm² ¿Cuál era el largo original de la alfombra mágica, si el ancho inicial era de 9 cm?

RESPUESTA _____

5.- [20pts] La suma de los números de cuatro cifras : $\overline{35ab} + \overline{b53c}$ da como resultado $\overline{cd08}$.

Hallar $a+b+c+d$

RESPUESTA _____

6.- [20pts] Sabemos que **A, B, C** son números naturales tales que:

$$\frac{24}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$$

Cuál es el valor de 2A+3B+5C

RESPUESTA _____

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
1° SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un círculo la respuesta correcta)

1.- [15pts] Cuando son las 5 p.m. en Moscú, son las 3 p.m. en Viena y son las 9 a.m. del mismo día en La Paz. Sonia se acostó en Santa Cruz a las 9 p.m. del domingo. Qué hora y que día era en Moscú en ese momento?

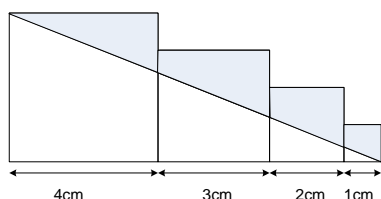
- a) 1 a.m., domingo **b) 5 a.m., lunes** c) 5 p.m., domingo d) 1 p.m., domingo e) N.A.

2.- [15pts] Se quiere formar el número 12345678910111213141516.....2014

En qué lugar está la cifra central, contando de 1 en 1?

- a) 3470 **b) 3475** c) 3427 d) 3385 e) N.A.

3.- [15pts] Se tiene 4 cuadrados como muestra la figura. Por lo tanto el área sombreada es de



- a) 8 cm^2 **b) 10 cm^2** c) 12 cm^2 d) 14 cm^2 e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.- [15pts] Una alfombra mágica rectangular se achica hasta la mitad de su longitud, y hasta la tercera parte de su ancho, cada vez que su dueño concede un deseo. Si después de otorgar tres deseos el área de la alfombra quedó en 4 cm^2 ¿Cuál era el largo original de la alfombra mágica?

Área inicial = $9 \cdot L$	Longitud	L	$\frac{1}{2}L$	$\frac{1}{4}L$	$\frac{1}{8}L$
	Ancho	9	3	1	$\frac{1}{3}$

10 puntos si deduce área inicial

Reunimos $\frac{1}{8}L$ y $\frac{1}{3}$ nos queda Área final = $\frac{1}{8}L \cdot \frac{1}{3} = 4$ resolviendo $\therefore L = 96 \text{ cm}^2$,

5 puntos si halla el valor

RESPUESTA **96 cm**

5.- [20pts] La suma de los números de cuatro cifras: $\overline{35ab} + \overline{b53c}$ da como resultado $\overline{cd08}$.

Hallar $a+b+c+d$

$\overline{35ab}$	$b+c=8$	$a+3=0$	$5+5=d$	$3+b=c, b<7$
$\overline{+b53c}$	además $b+c=8$ o $b+c=18$, como $b<7$ eso no es posible			
$\overline{cd08}$				

10 puntos si deduce las ecuaciones

Luego de $a+3=0 \rightarrow a=7$, $1+5+5=11$ y $d=1$, de la primera columna: $1+3+b=c$

y de la cuarta $b+c=8$, $b+1+3+b=8$ y $b=2$, $c=6$

RESPUESTA **7+2+6+1=16** 10 puntos si llega al resultado

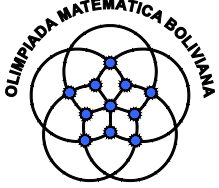
6.- [20pts] Sabemos que **A, B, C** son números naturales tales que:

$\frac{24}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$ Cuál es el valor de $2A+3B+5C$

Si deduce $4 + \frac{4}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$ $A=4$ $\frac{4}{5} = \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$, $\frac{1}{5} = \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$ 10 puntos

RESPUESTA **A=4, B=1 C=3** TOTAL: **2*4+3*1+5*3=26** 10 puntos

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
2° SECUNDARIA



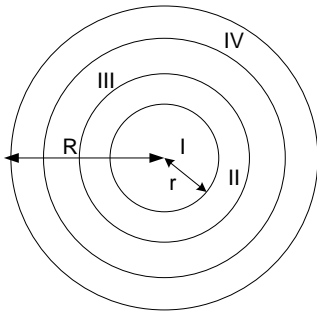
APELLIDO PATERNO	APELLIDO MATERNO
NOMBRES	TELÉFONO DE CONTACTO
DISTRITO EDUCATIVO	UNIDAD EDUCATIVA
Fiscal	Particular
	Convenio

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

- 1.- [15pts] Cuantos números enteros positivos de 3 cifras tienen algún 7 (uno o más) en su escritura?
 a) 252 b) 225 c) 26 d) 72 e) N.A

- 2.- [15pts] Don Joaquín nace en el siglo XIX y en el año 1887 cumplió tantos años como la suma de las cifras del año en que nació. Luís nace 140 años después que don Joaquín. Cuantos años cumple Luís en 2014?
 a) 16 años b) 7 años c) 8 años d) 19 años e) N.A.(ninguno de los anteriores)

- 3.- [15pts] El círculo de la figura está compuesto de 4 regiones concéntricas (I, II, III, IV) todas con la misma área. Si el radio $R=8$ cm, el valor del radio r es de :



- a) 5cm b) 3cm c) 4cm d) 6cm e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

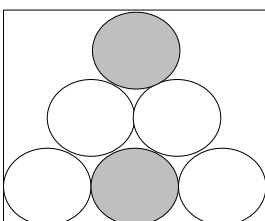
4.- [15pts] En una superficie rectangular de dimensiones 936 m y 1512 m se siembran árboles en filas y columnas en forma equidistante de manera que haya un árbol en cada vértice y uno en el centro mismo del terreno en dicha distribución. ¿Cuál sería el mínimo número de árboles a sembrar?

RESPUESTA _____

5.- [20pts] Si al número N se lo divide entre d , el cociente es q , y el residuo 7. Pero si dividimos $4N$ entre d el cociente es $4q+a$ y el resto 3. Cual es la suma de $a+b$ si al sumar b unidades a N y dividirlo por 25 nos da una división exacta y un cociente igual a $q+2$

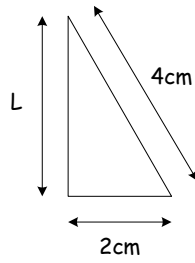
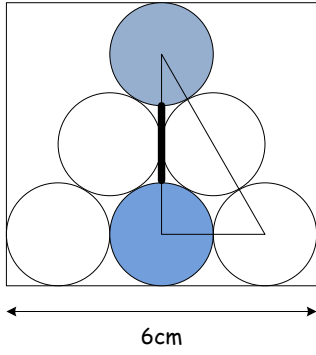
RESPUESTA $a+b =$ _____

6.- [20pts] En un rectángulo de base 6 cm, hay dibujado un triangulo por círculos que se tocan. Cuál es la distancia más corta entre los dos círculos grises?



RESPUESTA _____

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
2° SECUNDARIA



Dibuja el triangulo 5 puntos

$$4^2 = 2^2 + L^2 \quad L^2 = 16 - 4 \quad L^2 = 12 \quad L = 2\sqrt{3} \text{ restándole dos radios nos queda}$$

Halla L =10 puntos , resta los radios 5 puntos

RESPUESTA $2\sqrt{3} - 2$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultaneo)
3° SECUNDARIA

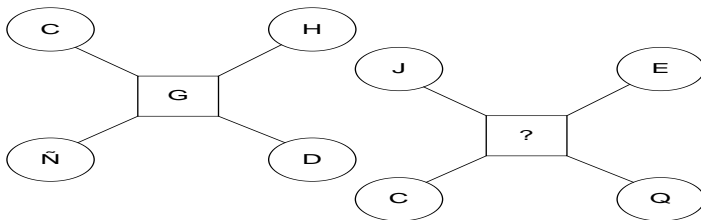


<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> APELLIDO PATERNO	<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> APELLIDO MATERNO			
<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> NOMBRES	<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> TELÉFONO DE CONTACTO			
<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> DISTRITO EDUCATIVO	<input style="width:100%; height:15px;" type="text"/> UNIDAD EDUCATIVA			
<table border="1" style="width:100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Fiscal</i></td> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Particular</i></td> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Convenio</i></td> </tr> </table>		<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>	<i>Convenio</i>
<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>	<i>Convenio</i>		

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

1.- [15pts] Que letra se debe poner en lugar de ? en el centro de la segunda figura si se sabe que cada letra corresponde un número del 1 al 27 y hay una relación de operaciones matemáticas:

A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27



- a) G b) H c) I d) J e) N.A (ninguna de las anteriores)

2.- [15pts] Se trata de formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son: 24cm de largo; 15 cm de ancho y 9 cm de alto.

¿Cuántos ladrillos son necesarios para formar el cubo más pequeño?

- A)360 ladrillos B) 9648 ladrillos C) 240 ladrillos D) 14400 ladrillos E) N.A.



3.- [15pts] Si $a^2 + 1988 = b^2$. Cuantos valores posibles en los números naturales hay para a y b

- a) 3 b) 4 c) 2 d) 1 e)N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.- [15pts] Joaquín pinta el siguiente rectángulo de 16 cm. de largo y 6cm de ancho de la manera que muestra la figura 1. ¿Qué superficie pintó?

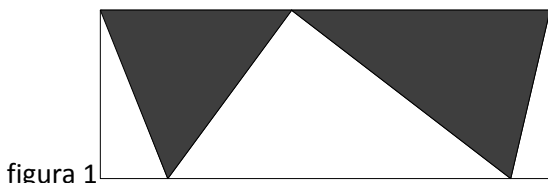


figura 1

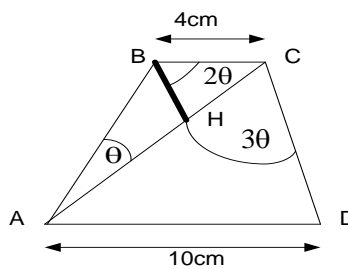


figura 2

RESPUESTA _____

5. [20pts] En la figura 2, ABCD es un trapecio. El valor del lado BH, siendo BH perpendicular AC es:

RESPUESTA _____

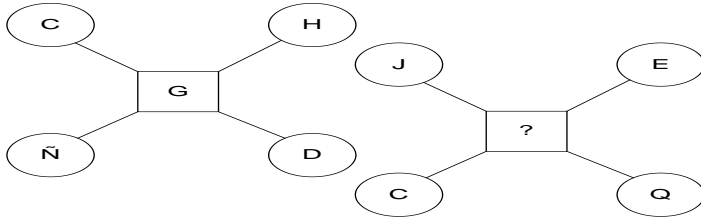
6.-[20pts]Tres recipientes contiene agua. Se vierte $\frac{1}{3}$ del contenido del 1º recipiente en el 2º; y a continuación $\frac{1}{4}$ del contenido del 2º recipiente se vierte en el 3º. Y por ultimo $\frac{1}{10}$ del contenido del 3º recipiente se vierte en el 1º. Al final cada uno de los recipientes queda con 9 litros. Qué cantidad de agua había inicialmente en el 2º recipiente?

RESPUESTA _____

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultaneo)
3^o SECUNDARIA

1.- [15pts] Que letra se debe poner en lugar de ? en la figura si se sabe que cada letra corresponde un número del 1 al 27 y hay una relación de operaciones matemáticas:

A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W X Y Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

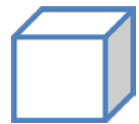


- b) G **b) H** c) I d) J e) N.A (ninguna de las anteriores)

2.- [15pts] Se trata de formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son: 24cm de largo; 15 cm de ancho y 9 cm de alto.

¿Cuántos ladrillos son necesarios para formar el cubo más pequeño?

- a) 360 ladrillos b) 9648 ladrillos c) 240 ladrillos **d) 14400 ladrillos** e) N.A.



3.- [15pts] Joaquín pinta el siguiente rectángulo de 16 cm. de largo y 6cm de ancho de la manera que muestra la figura 1. ¿Qué superficie pintó?

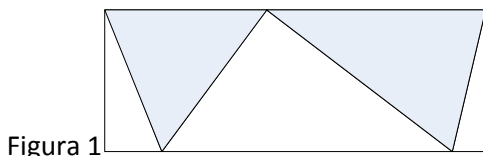


Figura 1

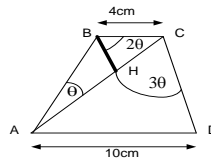


figura 2

- a) 42 cm² b) 46 cm² c) 44 cm² **d) 48 cm²** e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.- [15pts] Si $a^2 + 1988 = b^2$. Cuantos valores posibles en los números naturales hay para a y b

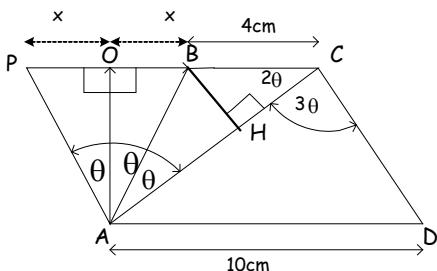
$b^2 - a^2 = 1988$, $(b - a)(b + a) = 2 * 2 * 7 * 71$, 10 puntos

b-a= 2, b+a=994 o b-a=14, b+a=142

b=496, a=498 o b=78, a=64 10 puntos

RESPUESTA: 2

5. [20pts] .- En la figura 2 ABCD es un trapecio. El valor del lado \overline{BH} , siendo \overline{BH} perpendicular \overline{AC} es de :



Prolonga los lados y dibuja PA//CD, 5 puntos

triangulo AOB = triangulo ABH $x+x+4= 10$ $x=3$

Determina x : 10 puntos

Obtiene $OB=BH=3cm$ 5 puntos

RESPUESTA 3cm

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultaneo)
3^o SECUNDARIA

6.-[20pts] Tres recipientes contiene agua. Se vierte $\frac{1}{3}$ del contenido del 1^o recipiente en el 2^o; y a continuación $\frac{1}{4}$ del contenido del 2^o recipiente se vierte en el 3^o. Y por ultimo $\frac{1}{10}$ del contenido del 3^o recipiente se vierte en el 1^o. Al final cada uno de los recipientes queda con 9 litros. Qué cantidad de agua había inicialmente en el 2^o recipiente

inicio	x	y	z
1 ^o	$x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$	$y + \frac{1}{3}x$	z
2 ^o		$\frac{3}{4} \cdot (y + \frac{1}{3}x)$	$z + \frac{1}{4} \cdot (y + \frac{1}{3}x)$
3 ^o	$\frac{1}{10} \cdot \left[z + \frac{1}{4} \left(y + \frac{1}{3}x \right) \right] + \frac{2}{3}x$		$\frac{9}{10} \cdot \left[z + \frac{1}{4} \left(y + \frac{1}{3}x \right) \right]$

(A) $\frac{1}{10} \cdot \left[z + \frac{1}{4} \left(y + \frac{1}{3}x \right) \right] + \frac{2}{3}x = 9$ (B) $\frac{3}{4} \cdot (y + \frac{1}{3}x) = 9$ (C) $\frac{9}{10} \cdot \left[z + \frac{1}{4} \left(y + \frac{1}{3}x \right) \right] = 9$

Con (A) (B) y (C) se arma un sistema y la solución es $x=12$ $y=8$ $z=7$

Si determina x y y: 15 puntos, obtiene z, 5 puntos

RESPUESTA **8 lts**

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014

3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)

4° SECUNDARIA



APELLIDO PATERNO										APELLIDO MATERNO									
NOMBRES										TELÉFONO DE CONTACTO									
Fiscal					Particular					Convenio									
DISTRITO EDUCATIVO										UNIDAD EDUCATIVA									

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un círculo la respuesta correcta)

1.- [15pts] Hallar el número máximo de cuadrados como los de la figura 1 construida utilizando a lo más 500 palitos de fosforo.

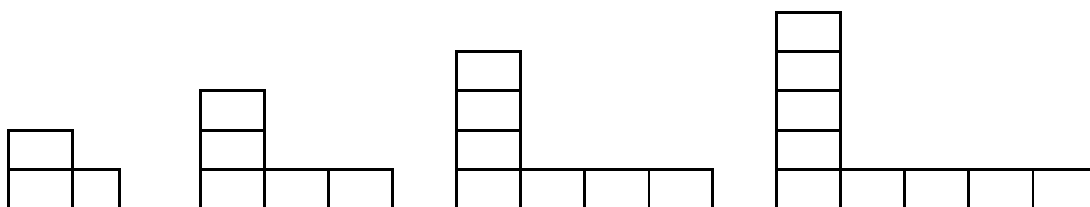


Figura 1

- a) 125 b) 130 c) 155 d) 165 e) NA (ninguna de los anteriores)

2.- [15pts] En un grupo de hombres y mujeres, la razón entre la cantidad de estas últimas y los hombres es $\frac{11}{10}$. El promedio de las edades de las mujeres es de 34 años. Además la suma total de números es mayor que 600 pero menor que 900. El de los hombres es de 31 años. Cuál es el promedio de todo el grupo (mujeres y hombres juntos)

- a) $\frac{234}{7}$ b) $\frac{230}{7}$ c) $\frac{228}{7}$ d) $\frac{232}{7}$ e) N.A.

3.- [15pts] Si $(a + b + c + d)^2 = 4(a + b)(c + d)$, entonces el valor de la raíz es:

$$\sqrt[3(a+b)]{(343)^{c+d}}$$

- a) $3 - a + b$ b) $2 - c - d$ c) 7 d) 3 e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.[15pts].- En la figura 2, O y O' son los centros de las circunferencias. El segmento \overline{CB} es tangente en P a la circunferencia pequeña y D es su punto medio.. El punto A es punto de tangencia de las dos circunferencias. El valor de la razón $\frac{r}{R}$ es:

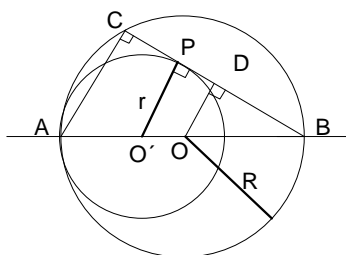


figura 2

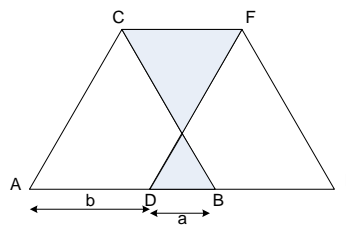


figura 3

5.- [20pts] Enb la figura 3, los triángulos ABC y DEF son iguales y equiláteros. Hallar la diferencia de las áreas de los triángulos sombreados en función de a y b

RESPUESTA _____

6.- [20pts] Sea a un número real para el cual la ecuación $x^2 + ax + 5 = 0$ tiene raíces α y β . Sea b un número real para el cual al ecuación $x^2 + bx + 12 = 0$ tiene raíces β y 6. Determine el valor de $a^2 + b^2 + \alpha^2 + \beta^2$

RESPUESTA: Total: _____ ; $\alpha =$ $\beta =$ $a =$ $b =$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)
4^o SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

1.- [15pts] Hallar el número máximo de cuadrados como los de la figura 1 construida utilizando a lo más 500 palitos de fosforo.

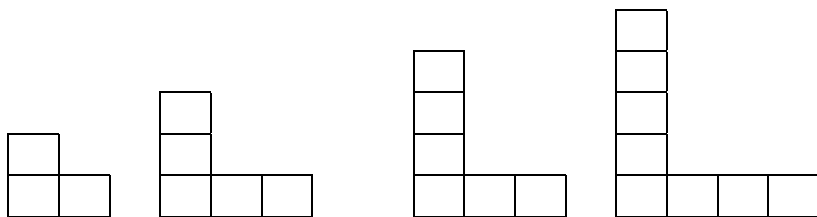


Figura 1

- a) 125 b) 130 c) 155 **d) 165** e) NA (ninguna de los anteriores)

2.- [15pts] En un grupo de hombres y mujeres, la razón entre la cantidad de estas últimas y los hombres es $\frac{11}{10}$. El promedio de las edades de las mujeres es de 34 años. El de los hombres es de 31 años. Cual es el promedio de todo el grupo (mujeres y hombres juntos)

- a) $\frac{234}{7}$ b) $\frac{230}{7}$ **c) $\frac{228}{7}$** d) $\frac{232}{7}$ e) N.A.

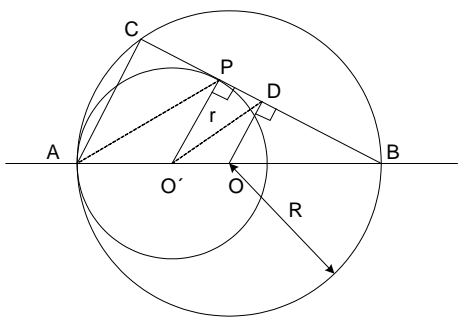
3.- [15pts] Si $(a + b + c + d)^2 = 4(a + b)(c + d)$, entonces el valor de la raíz es:

$$\sqrt[3(a+b)]{(343)^{c+d}}$$

- a) $3 - a + b$ b) $2 - c - d$ **c) 7** d) 3 e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4[15pts].- En la figura 2, O y O' son los centros de las circunferencias. El segmento \overline{CB} es tangente en P a la circunferencia pequeña y D es su punto medio. El punto A es punto de tangencia de las dos circunferencias. El valor de la razón $\frac{r}{R}$ es:



$OO' = R - r$ Como los segmentos $AP \parallel O'D$ y $O'P \parallel OD$
 Los triángulos $AO'P$ y $O'OD$ son semejantes

Como $AO' = O'P$ por ser radios $\therefore OO' = OD$ por lo que
 $OD = R - r$

Por semejanza de los triángulos ABC y ODB tenemos

$$\frac{AC}{OD} = \frac{CB}{DB} \text{ como D es punto medio } CB = 2 \cdot DB$$

$$\frac{AC}{R - r} = \frac{2 \cdot DB}{DB} \quad AC = 2 \cdot (R - r) \quad , \quad \frac{AC}{AB} = \frac{O'P}{O'B} \quad \frac{2 \cdot (R - r)}{2R} = \frac{r}{2R - r}$$

Desarrollando nos queda: $2R^2 - 4Rr + r^2 = 0$ (1)

Dividiendo (1) por R^2 y considerando $\frac{r}{R} = a$ se tiene: $2 - 4\left(\frac{r}{R}\right) + \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 0$

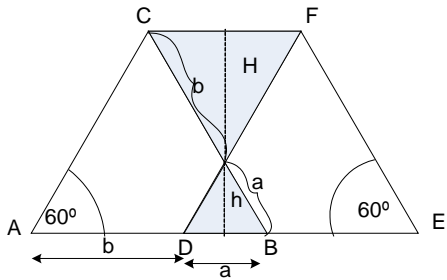
Desarrollando llegamos a: $(a - 2)^2 = 2$ $a - 2 = \pm \sqrt{2}$ como $\frac{r}{R} < 1$ toamos $a = 2 - \sqrt{2}$

Por lo que $\frac{r}{R} = 2 - \sqrt{2}$

RESPUESTA: $2 - \sqrt{2}$

5.- [20pts] Los triángulos ABC y DEF son iguales y equiláteros. Hallar la diferencia de las áreas de los triángulos sombreados en función de a y b

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)
4° SECUNDARIA



En el triangulo pintado pequeño

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} =$$

$$\frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \quad (1) \quad \text{Plantea el área pequeña: 10 puntos}$$

En el triangulo pintado grande $b^2 = H^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2$

$$H = \frac{\sqrt{3}}{2}b \quad \text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot b}{2} = \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \quad (2) \quad , \quad \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}(b^2 - a^2)}{4}$$

Plantea el area grande: 5 puntos. Pone la diferencia: 5 puntos

RESPUESTA $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (b^2 - a^2)$

6.- [20pts] Sea a un número real para el cual la ecuación $x^2 + ax + 12 = 0$ tiene raíces α y 6 Sea b un número real para el cual al ecuación $x^2 + bx + 5 = 0$ tiene raíces β y 5 . Determine el valor de $a^2 + b^2 + \alpha^2 + \beta^2$

Aplica suma y producto de raíces: 12 puntos

$$\alpha + 6 = -a, \quad \alpha * 6 = 12 \quad ; \quad \beta + 5 = -b, \quad \beta * 5 = 5,$$

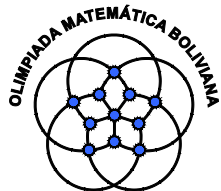
Halla los valores a, b y la suma : 8 puntos

RESPUESTA: Total: 105 $\alpha = 2$ $\beta = 1$ $b = -6$ $a = -8$

**4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTEL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014**

3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)

5° SECUNDARIA



<table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">APELLIDO PATERNO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">NOMBRES</p> <table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">DISTRITO EDUCATIVO</p>																															<table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">APELLIDO MATERNO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">TELÉFONO DE CONTACTO</p> <table border="1" style="width:100%; height: 15px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td><td style="width:10%; height: 15px;"></td></tr> </table> <p align="center">UNIDAD EDUCATIVA</p>																														
<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>	<i>Convenio</i>																																																											

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

- 1.- [15pts] Se dividen 230 caramelos entre 5 niños. Las cantidades que recibe cada niño están en progresión aritmética. Además la tercera parte de la suma de las tres porciones más grandes, aumentada en 18 es igual a la suma de las dos porciones más pequeñas. Cuantos caramelos recibe el niño que le corresponde la mayor cantidad ?
- a) 70 b) 50 c) 40 d) 60 e) N.A.(ninguna de las anteriores)

- 2.- [15pts] Calcular $60x$, si x es un numero real mayor que 1, tal que:

$$x^{x\sqrt{x}} = (x \sqrt{x})^x$$

- a) 20 b) 30 c) 60 d) 135 e) N.A.

- 3.- [15pts] En una pizarra están escritos los siguientes números consecutivos : 1 , 2 , 3 , 4 , Joaquín borra uno de ellos y el último (es decir se suprimen dos números de la secuencia).

Solo informa que la media aritmética (promedio) de los números que quedaron es de $\frac{45}{4}$

Por lo tanto los números suprimidos son:

- a) 22 y 5 b) 23 y 5 c) 22 y 6 d) 23 y 6 e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

- 4.- [15pts] En un triángulo ABC se traza la bisectriz \overline{BM} (M en \overline{AC}), en \overline{BC} se ubica un punto N tal que $\angle BMN = 90^\circ$, $\overline{BN} = 2 \overline{NC} = 4u$ y $\angle ABC = 120^\circ$. Calcular AB en función de u.

- a) 2u b) 3u c) 4u d) 5u e) N.A.

- 5.- [20pts] Calcular " x " en :

$$X = \log_2 (\log_3 (3^{\log_{2,5} 6,5} + 9^{\log_2 5 \log_3 2} + 4^{\log_{11} 3 \log_{32} 11}))$$

RESPUESTA: _____

- 6.-[20pts] Si la función $f(x)$ está definida en todos los reales de la manera siguiente:

$$2.f(x) + 3.f\left(\frac{2014}{x}\right) = 5x \quad \text{por lo tanto el valor de } f(2) \text{ es :}$$

RESPUESTA: $f(2)=$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)
5° SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

1.- [15pts] Se dividen 230 caramelos entre 5 niños. Las cantidades que recibe cada niño están en progresión aritmética. Además la tercera parte de la suma de las tres posiciones más grandes, aumentada en 18 es igual a la suma de las dos posiciones más pequeñas. Cuantos caramelos recibe el niño que le corresponde la mayor cantidad?

- a) 70 b) 50 c) 40 **d) 60** e) N.A.(ninguna de las anteriores)

2.- [15pts] Calcular $60x$, si x es un número real mayor que 1 tal que:

$$x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$$

- a) 20 b) 30 c) 60 **d) 135** e) N.A.

3.- [15pts] En una pizarra están escritos los siguientes números consecutivos : 1 , 2 , 3 , 4 , Joaquín borra uno de ellos y el último (es decir se suprimen dos números de la secuencia).

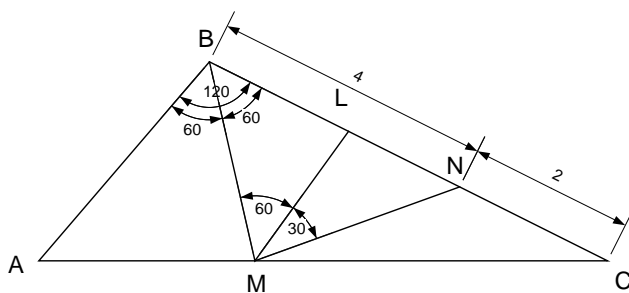
Solo informa que la media aritmética (promedio) de los números que quedaron es de $\frac{45}{4}$

Por lo tanto los números suprimidos son:

- a) 22 y 5 b) 23 y 5 **c) 22 y 6** d) 23 y 6 e) N.A.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

4.- [15pts] En un triángulo ABC se traza la bisectriz \overline{BM} (M en \overline{AC}), en \overline{BC} se ubica un punto N tal que $\angle BMN = 90^\circ$, $\overline{BN} = 2\overline{NC} = 4u$ y $\angle ABC = 120^\circ$. Calcular AB.



Se traza ML paralelo a AB.

Luego el triángulo BML es equilátero donde $BL = LM = BM = 2$ puesto que el triángulo BMN es notable.

(15 puntos)

Por semejanza de triángulos:

$$\frac{AB}{6} = \frac{LM}{4} \Rightarrow AB = 3u \quad (5$$

puntos)

RESPUESTA: 3u

5.- [20pts] Calcular " x " en :

$$X = \log_2 * (\log_3 3^{\log_{2,5} 6,5} + 9^{\log_2 5} \log_3 2 + 4^{\log_{11} 3} \log_{32} 11)$$

Resuelve cada término:15, suma y obtiene el resultado 5 puntos

$$x = \log_2 (\log_3 3^2 + 9^{\log_3 5} + 4^{\log_2 3}) = \log_2 (2+25+9) = \log_2 (2+25+9) =$$

$$\log_2 (36) = 2 \log_2 (6) = 2\log_2 3 + 2$$

RESPUESTA : 2 log₂(6)=log₂9+2=2log₂3+2

6.-[20pts] Si la función $f(x)$ está definida en todos los reales de la manera siguiente:

$$2.f(x) + 3.f\left(\frac{2014}{x}\right) = 5x \quad \text{por lo tanto el valor de } f(2) \text{ es :}$$

$f(2)$ y $f(1007)$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen simultáneo)
5° SECUNDARIA

Si la función $f(x)$ esta definida en todos los reales de la manera siguiente:

$$2.f(x) + 3.f\left(\frac{2014}{x}\right) = 5x \quad \text{por lo tanto el valor de } f(2) \text{ es :}$$

Siendo $x=2$ nos queda $2.f(2) + 3.f\left(\frac{2014}{2}\right) = 5.2$ $2.f(2) + 3.f(1007) = 5.2$ (1)

Siendo $x= 1007$ queda $2.f(1007) + 3.f\left(\frac{2014}{1007}\right) = 5.1007$ $2.f(1007) + 3.f(2) = 5.1007$ (2)

Reuniendo (1) y (2) y planteando con $f(2)$ y $f(1007)$ un sistema $\begin{cases} 2.f(2) + 3.f(1007) = 10 \\ 3.f(2) + 2.f(1007) = 5035 \end{cases}$

Llegamos al valor de **$f(2) = 3017$**

RESPUESTA $f(2)=3017$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014

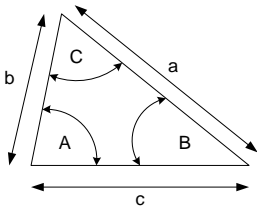
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
6° SECUNDARIA



<table border="1" style="width:100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">APELLIDO PATERNO</td></tr> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">NOMBRES</td></tr> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">DISTRITO EDUCATIVO</td></tr> <tr> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Fiscal</i></td> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Particular</i></td> <td style="width:33%; text-align:center;"><i>Convenio</i></td> </tr> </table>		APELLIDO PATERNO		NOMBRES		DISTRITO EDUCATIVO	<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>	<i>Convenio</i>	<table border="1" style="width:100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">APELLIDO MATERNO</td></tr> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">TELÉFONO DE CONTACTO</td></tr> <tr><td style="width:100px; height:20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align:center;">UNIDAD EDUCATIVA</td></tr> </table>		APELLIDO MATERNO		TELÉFONO DE CONTACTO		UNIDAD EDUCATIVA
APELLIDO PATERNO																
NOMBRES																
DISTRITO EDUCATIVO																
<i>Fiscal</i>	<i>Particular</i>	<i>Convenio</i>														
APELLIDO MATERNO																
TELÉFONO DE CONTACTO																
UNIDAD EDUCATIVA																

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

1. [15pts] Se tiene tres conjuntos de números. El 1º con ocho números, el 2º con 4 números. El promedio de 1º conjunto de números es de $2n$, el del 2º conjunto $5n$ y el tercero $10n$. El promedio del total de números (de los tres conjuntos) es igual a $8n$. Si la suma total de todos los números está entre 600 y 900, la suma de los números del primer conjunto es igual a :
- a) 36 b) 32 c) 30 d) 34 e) NA (ninguna de las anteriores)
- 2.- [15pts] Si el ángulo $\hat{A} = 2\hat{B}$ entonces $a^2 - b^2$ es igual a :



- a) a.c b) b.c c) c^2 d) a.b e) N.A.

3. [15pts] La suma $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2015}}$ es igual a :

- a) $\sqrt{2015} - 1$ b) $\sqrt{2014} - 1$ c) $\sqrt{2014} + 1$ d) $\sqrt{2015} + 1$ e) NA

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

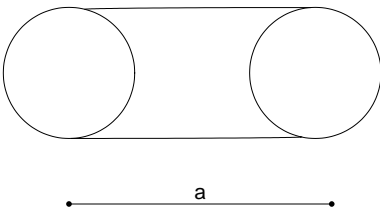
4. [15pts] La base mayor de un trapezio isósceles es igual a su diagonal. La base más pequeña es igual a la altura del trapezio. Por lo tanto la razón $(\frac{B}{b})$ entre la base mayor y la más pequeña es:



RESPUESTA _____

5.- [20pts] Una cinta se ajusta estrechamente alrededor de dos círculos cuyas ecuaciones son

$(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$ y $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0$



La distancia que separa los centros de los dos círculos es **a**.
 ¿Cuál es la longitud total de la banda?

RESPUESTA: _____

6.- [20pts] Si: $r^2 + \frac{1}{r^2} = 3$ halle: $r^5 - \frac{1}{r^5}$

RESPUESTA: _____

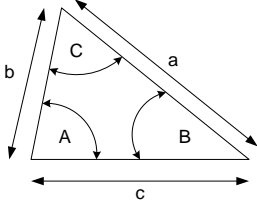
4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
6° SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Encierre en un circulo la respuesta correcta)

1. [15pts] Se tiene tres conjuntos de números. El 1º con ocho números, el 2º con 4 números. El promedio de 1º conjunto de números es de $2n$, el del 2º conjunto $5n$ y el tercero $10n$. El promedio del total de números (de los tres conjuntos) es igual a $8n$. Si la suma total de todos los números está entre 600 y 900, la suma de los números del conjunto A es igual a :

- a) 36 **b) 32** c) 30 d) 34 e) NA (ninguna de las anteriores)

2.- [15pts] Si el ángulo $\hat{A} = 2\hat{B}$ entonces $a^2 - b^2$ es igual a :



- a) a.c **b) b.c** c) c^2 d) a.b e)

3. [15pts] La suma $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2015}}$ es igual a :

- a) $\sqrt{2015} - 1$** b) $\sqrt{2014} - 1$ c) $\sqrt{2014} + 1$ d) $\sqrt{2015} + 1$ e) NA

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizar en esta misma hoja)

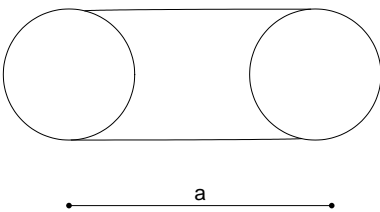
4. [15pts] La base mayor de un trapecio isósceles es igual a su diagonal. La base más pequeña es igual a la altura del trapecio. Por lo tanto la razón $(\frac{B}{b})$ entre la base mayor y la más pequeña es:



RESPUESTA $\frac{5}{3}$

5.- [20pts] Una cinta se ajusta estrechamente alrededor de dos círculos cuyas ecuaciones son

$(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$ y $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0$



La distancia que separa los centros de los dos círculos es **a**.
 ¿Cuál es la longitud total de la banda?

Ubica los puntos de los centros de las circunferencias, **r**
 y obtiene **a** 15 puntos

$(-4,2)$ y $(5,4)$, $r=3$ $a = \sqrt{85}$,

calcula $L=2\pi r + 2a$ 5 puntos

RESPUESTA: $L = 6\pi + 2\sqrt{85}$

6.- [20pts] Si: $r^2 + \frac{1}{r^2} = 3$ halle: $r^5 - \frac{1}{r^5} \rightarrow$

$r^2 + \frac{1}{r^2} - 2 = 3 - 2$, $(r - \frac{1}{r})^2 = 1$, $(r - \frac{1}{r}) = \pm 1$ $(r - \frac{1}{r}) =$ |elevando al ³

$r^3 - \frac{1}{r^3} - 3(r - \frac{1}{r}) = 1$, $(r^3 - \frac{1}{r^3}) = 4$ con $(r - \frac{1}{r}) = 1$

4^{ta} OLIMPIADA CIENTIFICA ESTUDIANTIL PLURINACIONAL BOLIVIANA
OLIMPIADA BOLIVIANA DE MATEMATICA 2014
3^{ra} Etapa (Examen Simultáneo)
6° SECUNDARIA

$$\left(r^3 - \frac{1}{r^3}\right)\left(r^2 + \frac{1}{r^2}\right) = 4 \cdot 3 \quad \text{multiplica y obtiene:} \quad r^5 - \frac{1}{r^5} + 1 = 12 \quad r^5 - \frac{1}{r^5} = 11$$

(15 puntos)

$$\text{Con } \left(r - \frac{1}{r}\right) = -1 \quad r^5 - \frac{1}{r^5} = -13 \quad \text{Reemplaza y obtiene -13} \quad (5 \text{ puntos})$$

RESPUESTA: _____ **11 , -13**