



TERCERA ETAPA DEPARTAMENTAL

Examen

AREA: MATEMATICAS

DEPARTAMENTO:

Nº

20 de Agosto de 2011

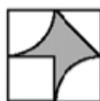
SOLUCIONARIO 1º DE SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Debe marcar la respuesta correcta)

1. (10 pts) Un examen de geometría consta de diez preguntas. Se dan 10 puntos por cada respuesta correcta y se quitan 3 puntos por cada respuesta incorrecta. Si Paola respondió todas las preguntas y obtuvo un puntaje de 61 puntos en el examen. ¿Cuántas respuestas correctas tuvo Paola?

- a) 3 b) 5 **c) 7** d) Ninguna de las anteriores

2. (10 pts) Calcular el área de la parte sombreada, teniendo en cuenta que las dos curvas son cuartos de circunferencia y el cuadrado tiene de lado 8 cm.



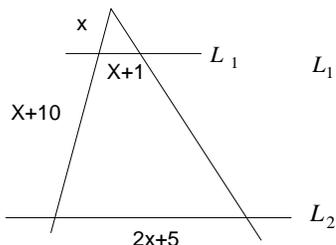
- a) **40-8p cm2** b) 32- 6p cm2 c) 32 - 4p cm2 d) ninguna de las anteriores

NOTA. P representa la constante matemática PI

3. (10 pts) Si $a+b = 24$ y $a^2+b^2 = 204$, entonces a^3+b^3 es igual a:

- a) 342 **b) 432** c) 327 d) Ninguna de las anteriores

4. (10 pts)



$L_1 \parallel L_2$ Entonces x vale

- a) 13/3 b) 8/3 c) 11/3 d) 10/3 **e) ninguna de las a**

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizarlas en esta misma hoja)

5. (15 pts) Calcula:
 $(1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) + \dots + (2005^2 - 2006^2 - 2007^2 + 2008^2)$

SOLUCIÓN

Vamos a demostrar que en cada grupo de 4 sumandos (como está indicado en el enunciado), la suma es constante.

Comencemos notando que, como cada grupo tiene 4 sumandos, el último sumando del n-ésimo grupo es $(4n^2)$, por lo tanto, el n-ésimo grupo viene dado por:

$$((4n - 3)^2 - (4n - 2)^2 - (4n - 1)^2 + (4n)^2)$$

que es equivalente a:

$$\begin{aligned} & [(4n - 3)^2 - (4n - 2)^2] - [(4n - 1)^2 + (4n)^2] \\ &= [(8n - 5)(-1)] - [(8n - 1)(-1)] \\ &= -8n + 5 + 8n - 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Como hay $2008/4=502$ grupos de 4 sumandos, la suma total es:

$$502 \times 4 = 2008$$

OBSERVACIÓN: No era necesario conocer en función de n los sumandos del n-ésimo grupo. Se puede demostrar directamente que:

$$x^2 - (x + 1)^2 - (x + 2)^2 + (x + 3)^2 = 4$$

6. (15 pts) Ana, Bertha, Carla y Diana tienen juntas 200 Bs y juegan con su dinero del siguiente modo: Ana le da la mitad de lo que tiene a Bertha, luego Bertha le da la mitad de lo que tiene a Carla y en seguida Carla le da la mitad de lo que tiene a Diana, quien finalmente le da 10 Bs a Ana. Si al final del juego todas tienen igual cantidad de dinero, ¿cuánto dinero tenía Ana al comenzar el juego?

SOLUCIÓN

Notemos que durante todo el juego, el dinero circula solamente entre ellas. Como al inicio tienen 200 Bs, durante todo el juego tendrán en total 200 Bs, es más, como al final todas tienen la misma cantidad de dinero, entonces cada una termina con 50 Bs, es decir:

Ana	Bertha	Carla	Diana
50	50	50	50

en el paso 4, Diana le da 10 Bs a Ana, entonces antes del paso 4 teníamos:

Ana	Bertha	Carla	Diana
40	50	50	60

en el paso 3, Carla le da la mitad de lo que tiene a Diana, como Carla se quedó con 50Bs, antes tenía 100 y Diana 10, entonces antes del paso 3 teníamos:

Ana	Bertha	Carla	Diana
40	50	100	10

en el paso 2, Bertha le da la mitad de lo que tiene a Carla, como Bertha se quedó con 50 Bs, antes tenía 100 y Carla 50, entonces antes del paso 2 teníamos:

Ana	Bertha	Carla	Diana
40	100	50	10

en el paso 1, Ana le da la mitad de lo que tiene a Bertha, como Ana se quedó con 40 Bs, antes tenía 80 y Bertha 60, entonces antes del paso 1 teníamos:

Ana	Bertha	Carla	Diana
80	60	50	10

es decir, al inicio Ana tenía 80Bs.

7. (15 pts) En el triángulo acutángulo ABC, AH, AD y Am son, respectivamente, la altura, la bisectriz y la mediana que parten desde A, estando H, D y M en el lado BC. Si las

longitudes de AB, AC y MD son, respectivamente 11, 8 y 1, calcula la longitud del segmento DH.

Resp. - 5/4

8. (15 pts) Determinar cuántos son los números enteros positivos de 4 dígitos en los que la suma de los primeros dos dígitos (de la izquierda) es igual a la suma de los últimos dos dígitos menos 1.

Resp. - 597