Introducción

El texto Geometría Secuencial para el Nivel Secundario ha sido creado, después de observar a través de años, que los temas concernientes a Geometría siempre se encuentran dispersas en varias partes de cada libro de Matemáticas, sin constituir una unidad cuyo objetivo sea articular a lo largo del tiempo una experiencia de aprendizaje.

En este texto se ha procurado que, al hacer un recuento de lo que se necesita para un manejo adecuado de la geometría básica y al incluir numerosos ejemplos de actividades, ejercicios y problemas, su multiplicidad abra y enriquezca posibilidades, ya que no solamente es útil en el momento en que se está utilizando, sino también para aquellos jóvenes que se han visto en la transición de dos sistemas y no tienen claro a dónde acudir para despejar sus dudas, siendo un hecho conocido por todo docente que de un año al otro, en el período de pre-adolescencia y adolescencia, ellos olvidan fácilmente en corto tiempo.

Se encontrarán en este texto de apoyo, las materias expuestas en una secuencia lógica y de acuerdo a lo que se nos pide en cuanto a creatividad. Cada estudiante puede encontrar en él los contenidos particulares que esté necesitando según su curso. Con esto se cumple con los Objetivos holísticos que cada docente se plantea.

Además, se ha considerado en los problemas planteados, la búsqueda y aplicación de los Valores Fundamentales del ser humano que tanto se necesitan en nuestra sociedad. También ellos están presentes en la cooperación horizontal (aporte de ideas y correcciones) que deben aplicar los estudiantes al resolver cuestionarios, los cuales están especialmente diseñados para trabajos de grupo o, si el profesor lo estima conveniente, como evaluaciones parciales.
Creo que con este modo de ver la Geometría y con el colorido aplicado para hacerla alegre, cada estudiante podrá encontrar en una forma grata, estos conocimientos que son indispensables, ya que las Matemáticas y muy especialmente en ellas la Geometría, se encuentra en cada rincón de las actividades que se realizan en nuestra vida.

Presentación e Índice (Págs1–6)

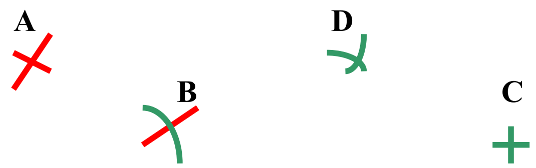
INDICE

CAPITULO I.-

GEOMETRIA BASICA.-

EL punto es un ente matemático creado por el hombre para poder representar las figuras geométricas. El punto no tiene peso, ni forma ni olor ni sabor; sólo tiene posición. Se representa por la intersección de 2 líneas y se nombra con una letra mayúscula para diferenciar uno de otro.

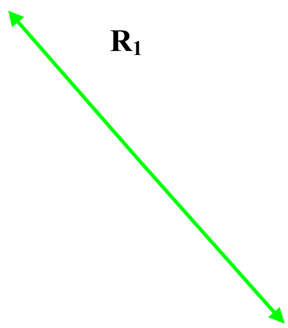
Ejemplo:



Espacio.- Es un conjunto infinito de puntos.-

Línea recta.- Es un conjunto infinito de puntos ordenados siguiendo la misma dirección.-

R **R_1**



Línea Curva.- Es un conjunto infinito de puntos ordenados cambiando de dirección.- **C**

Segmento o Trazo.- Es la ∪ de los puntos A y B con los puntos "entre" A y B

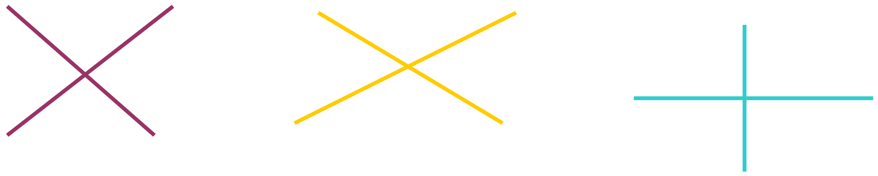
A  B **Trazo AB se denomina $\overline{AB}$**

Rayo.- Es la ∪ de una semi -recta con el punto frontera.-

O **N**

Rayo ON se denomina $\overrightarrow{ON}$

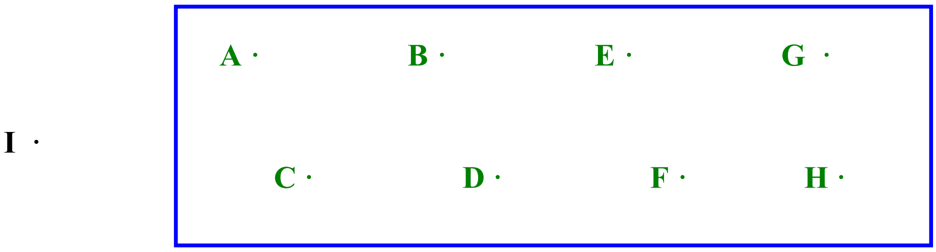
Rectas secantes.- Son las que se intersectan, es decir, tienen un punto en común.



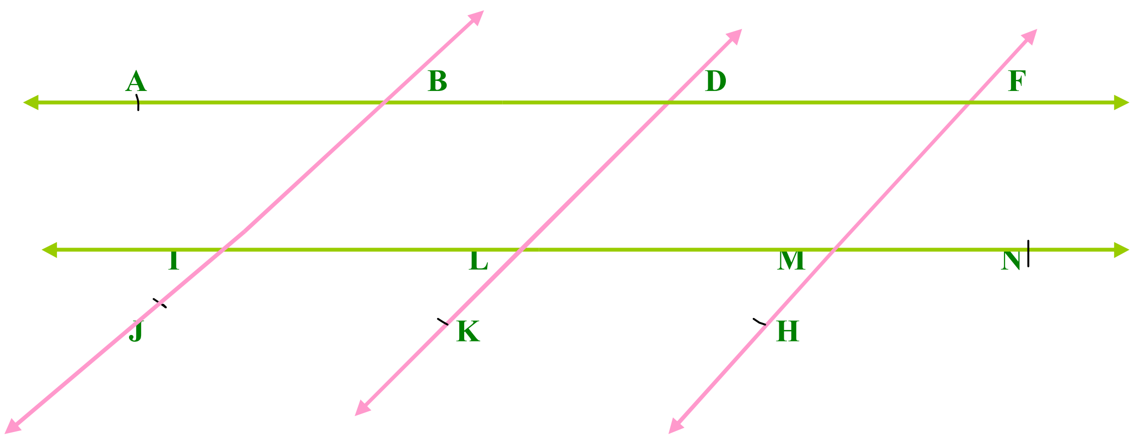
Rectas paralelas.- Son las que están en un mismo plano y tienen $\cap\ \phi$ (intersección vacía)

Ejercicio: Dibuja en el siguiente recuadro, los segmentos indicados.

$\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{DF}$, $\overline{EG}$, $\overline{FH}$, $\overline{HI}$ $\overline{AE}$

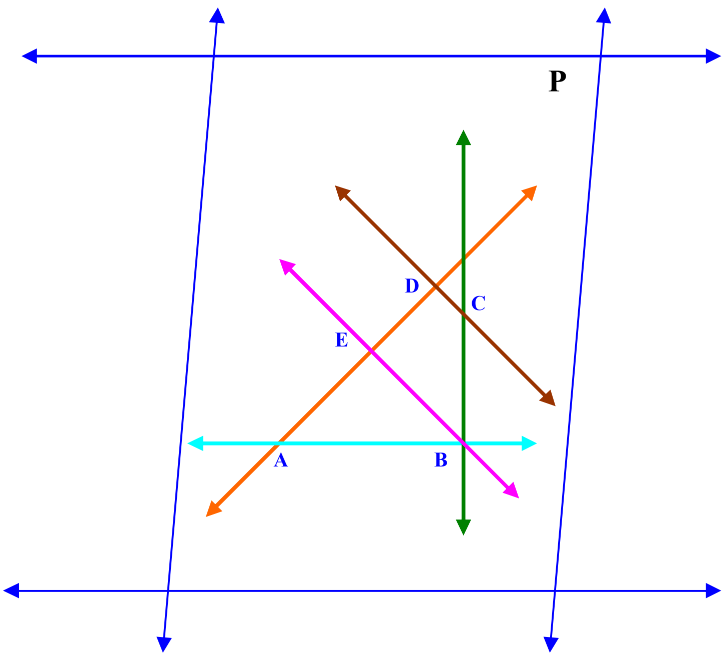


Observa la figura y completa el cuadro que sigue en la página siguiente.-



COMPLETAR	Ej.
Puntos	B, A
Segmentos	$\overline{LM}$,
Rayos	$\overrightarrow{LM}$,
Rectas	$\overleftrightarrow{LM}$
Segmentos / /	$\overline{BD}$ / / $\overline{IL}$
Rectas / /	$\overleftrightarrow{AD}$ / / $\overleftrightarrow{LM}$
Rectas secantes	AF $\wedge$ BJ
Pintar	La región interior entre las paralelas

En el siguiente Plano se han dibujado diversos elementos que debes identificar.-



Menciona:

a) **Cuatro puntos { }, { }, { }, { }**

b) **Cuatro rectas** $\leftrightarrow$ $\leftrightarrow$ $\leftrightarrow$ $\leftrightarrow$

c) **Cinco segmentos** ___ ___ ___ ___ ___

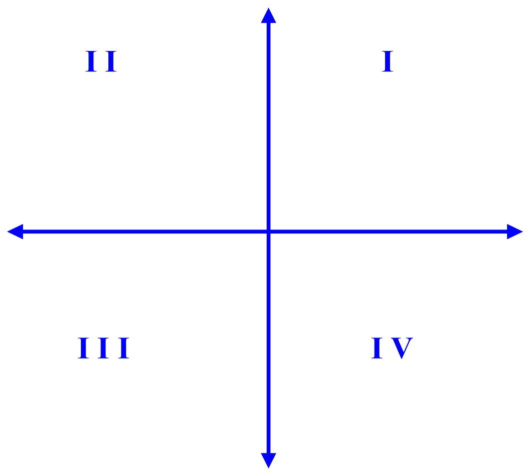
d) **Cinco rayos** $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$

e) **Rectas paralelas y rectas perpendiculares.**

En el siguiente ejercicio resuelve:

1) $\overline{AB} \cap \overline{AC}$
2) $\overline{AB} \cap \overline{CD}$
3) $\overrightarrow{BA} \cap \overrightarrow{CD}$
4) $\overrightarrow{CD} \cup \overrightarrow{CA}$
5) $\overline{AB} \cup \overline{BC}$
6) $\overline{BA} \cap \overline{BC}$
7) $(A) \cup \overrightarrow{AC}$
8) $\overline{BC} \cup \overline{BD}$
9) $\overrightarrow{BC} \cup \overline{AB}$

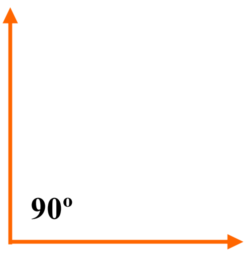
CAPITULO II.-
DIVERSAS CLASES DE ANGULOS



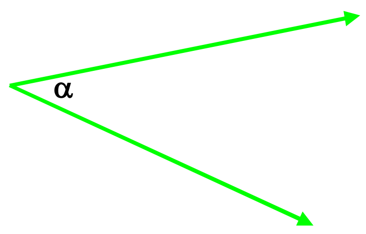
Si trazamos una recta horizontal que se intersecte con una recta vertical se forman 4 ángulos de la misma medida, que es 90°. Las regiones que separan estas rectas se llaman CUADRANTES: I, II, III. IV.-

A cada uno de los ángulos que se forman de esta manera, se les llama Ángulos Rectos.

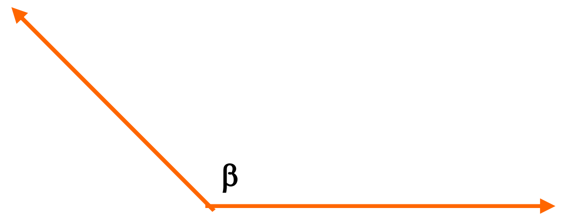
Def.- ANGULO RECTO es el que mide 90^0. (Se dibuja con la escuadra)



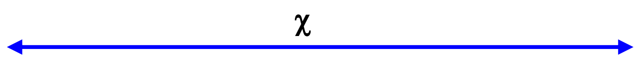
Def.- ANGULO AGUDO Es todo ángulo menor que 90^0.-



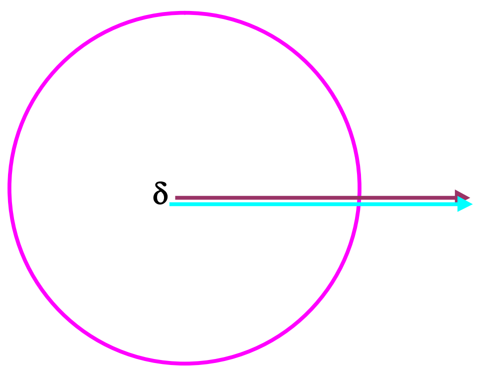
Def.- ANGULO OBTUSO.- Es todo ángulo mayor que 90^0 y menor que 180^0.-



Def.- ANGULO EXTENDIDO.- Es el ángulo que mide 180^0. Sus rayos forman una línea recta



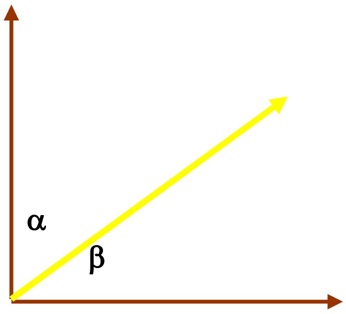
Def.- ANGULO COMPLETO.- Es el que mide 360^0, es decir, da la vuelta completa a la circunferencia.-



ANGULO ES LA UNION DE DOS RAYOS QUE TIENEN UN PUNTO FRONTERA COMUN.-

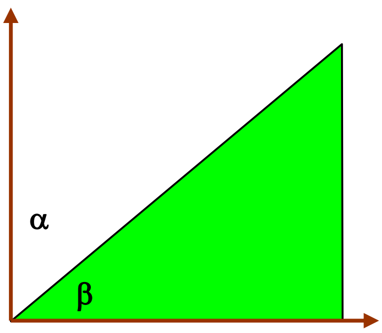
Def.- **ANGULOS COMPLEMENTARIOS.-** **Son los que suman 90^0**

$\alpha + \beta = 90^0$



Def.- **COMPLEMENTO DE UN ANGULO.-** **Son los grados que le faltan a un ángulo agudo para completar 90º.-**

.

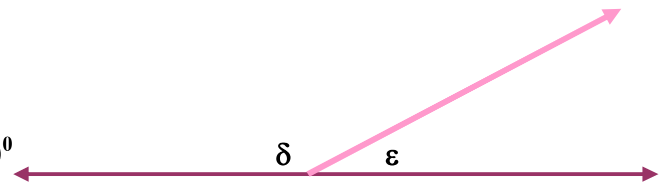


β es el complemento de α

Ejemplo: Si α mide 35^0, entonces su complemento es $90^0 - 35^0 = 55^0$

Def.- **ANGULOS SUPLEMENTARIOS.** **Son los que suman 180^0.**

$\delta + \varepsilon = 180^0$

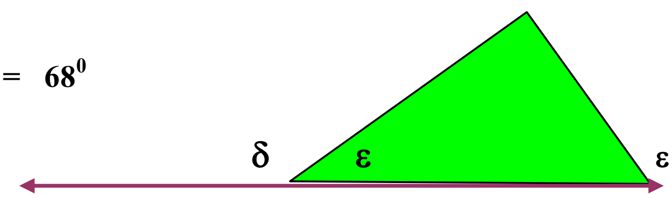


Def.- **SUPLEMENTO DE UN ANGULO.-** **Son los grados que le faltan para completar 180^0**

$\delta = 112^0$

$180^0 - 112^0 = 68^0$

$\varepsilon = 68^0$



ε es el suplemento de δ

MEDICIÓN DE ANGULOS (6º básico)

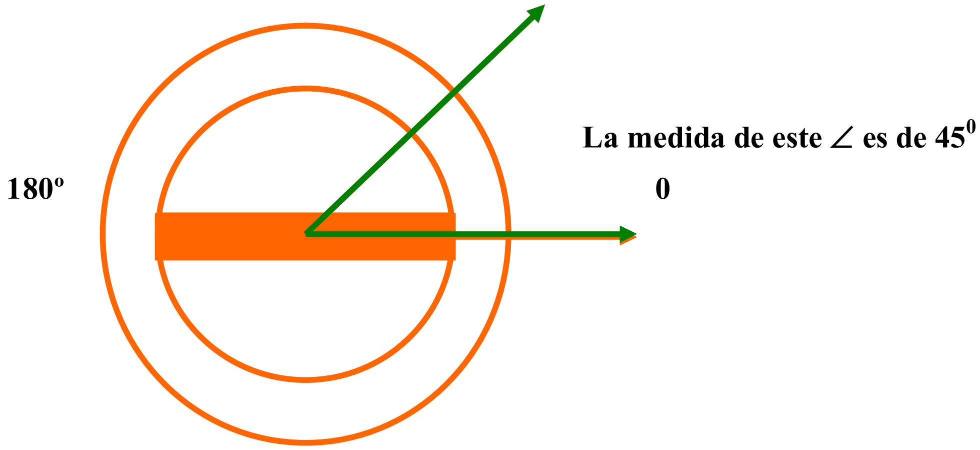
Existe una unidad universal para medir ángulos, esta unidad de medida se llama grado.-

Si dividimos una circunferencia en 360 partes iguales, cada una de esas partes es un grado.

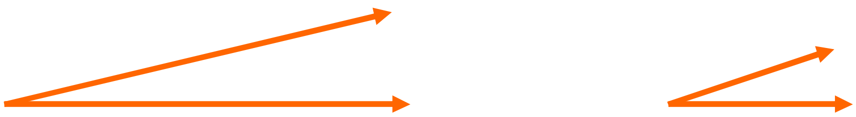
Para medir ∠ se construyó un instrumento llamado transportador. ¿Cómo se usa?

Debes poner el centro del transportador en el vértice del ángulo y el cero en uno de los lados

del ángulo



Observa



¿Cuál de estos ángulos tiene mayor medida?

Si los mides con tu transportador te darás cuenta que los dos miden 30^0, o sea, tienen igual medida.

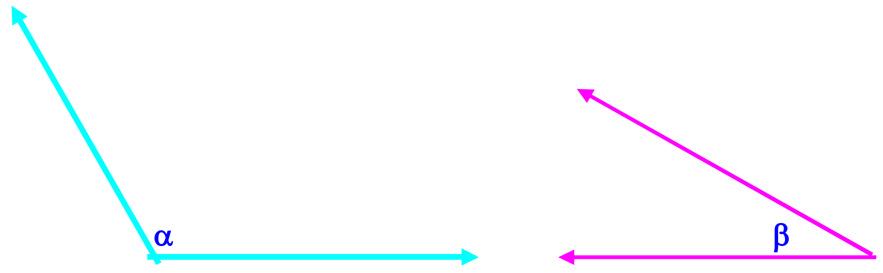
<u>Conclusión:</u> El largo de los lados de un ángulo no influye en su medida, lo importante es

la abertura entre los lados.-

Previo a la medición, el profesor deberá explicar en que orden se leen las letras, dejando siempre en el centro la del vértice.

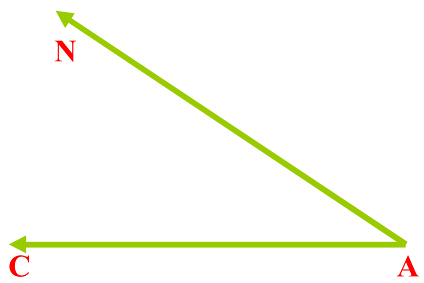
Ejercicios:

1) Usa tu transportador para medir cada uno de los siguientes ángulos.-



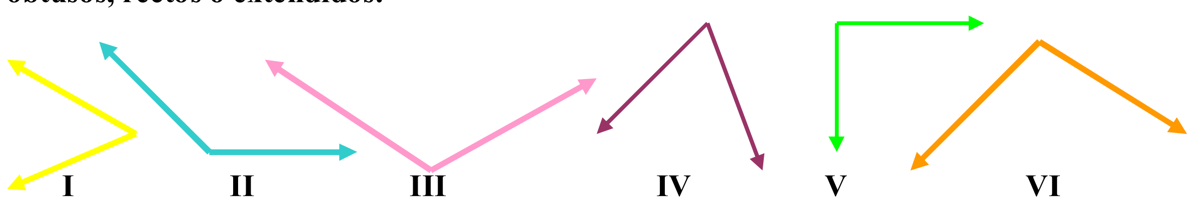
m∠ α = **m∠ β =**

2) Sea CAN un ángulo cualquiera. Cópialo aquí usando regla y compás

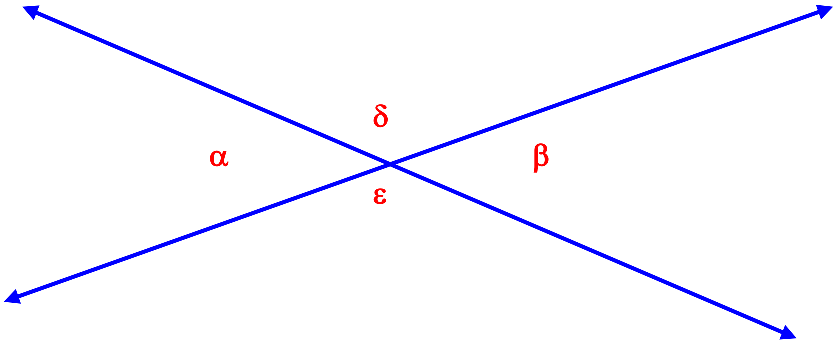


3) Construye un ∠ ABC. / m∠ ABC = 65^0 Luego clasifícalo.-

4) Nombra los siguientes ángulos y sin usar tu transportador, anota cuales son agudos, obtusos, rectos o extendidos.-



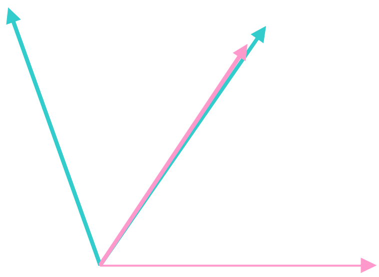
Def.- ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VERTICE. Son los que se forman al prolongar los lados de un ángulo más allá del vértice.-



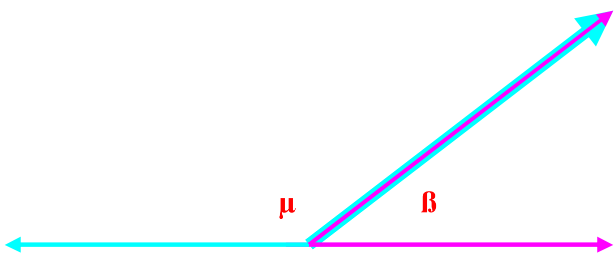
α es opuesto por el vértice con β; δ es opuesto por el vértice con ε´

Los ángulos opuestos por el vértice son de la misma medida.

Def.- ANGULOS CONTIGUOS.- Son los que tienen un lado común

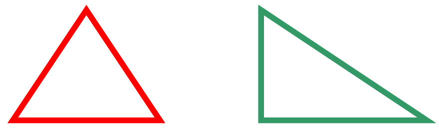


Def.- ÁNGULOS ADYACENTES.- Son ángulos contiguos, con 2 de sus lados formando una línea recta (180º).



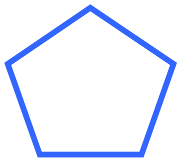
Def.- POLIGONO **Es una figura geométrica formada por la unión de 3 o más segmentos de recta.-**

TRIANGULO.- **Es un polígono de tres lados**

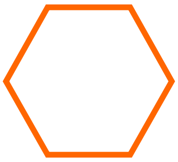


CUADRILÁTERO.- **Es un polígono de cuatro lados.-**

PENTAGONO.- **Es un polígono de cinco lados.-**



HEXAGONO.- **Es un polígono de seis lados.-**



HEPTAGONO.- **Es un polígono de siete lados.-**

OCTOGONO.- **Es un polígono de ocho lados.-**

NONAGONO.- **Es un polígono de nueve lados.-**

DECAGONO.- **Es un polígono de diez lados.-**

UNDECACONO.- **Es un polígono de once lados.-**

DODECAGONO.- **Es un polígono de doce lados.-**

POLIGONO DE 13 LADOS.-

POLIGONO DE 14 LADOS.-

POLIGONO DE 15 LADOS.-

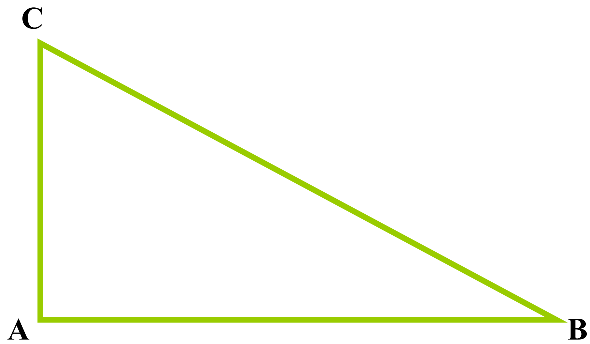
ETC..................

PERIMETRO DE TODO POLIGONO.

ES LA SUMA DE SUS LADOS.

Ejemplo:

Calcular el P. De un triángulo.



AB = 9cm.; BC = 10cm.; CA = 5cm.;

P = 9cm. + 10cm. + 5cm. = 24cm.

EJERCICIOS SOBRE ÁNGULOS.-

Previo a los siguientes cálculos, el profesor explicará la operatoria con números complejos.

1) **Calcula el complemento de un $\angle$ que mide 14^0 28‘.-**

2) **Si la mα = 18^0 39‘ 58“, su complemento es**

3) **Si la mβ = 74^0 18“. El complemento de β es**

4) **Si la mχ = 45^0 79‘ 85“. Su complemento es**

5) **Calcular el suplemento de:**

α si la mα = 145^0 27‘ 15“

β si la mβ = 47^0 15‘ 12“

χ si la mχ = 90^0 10´ 20“

δ si la mδ = 145^0 27“

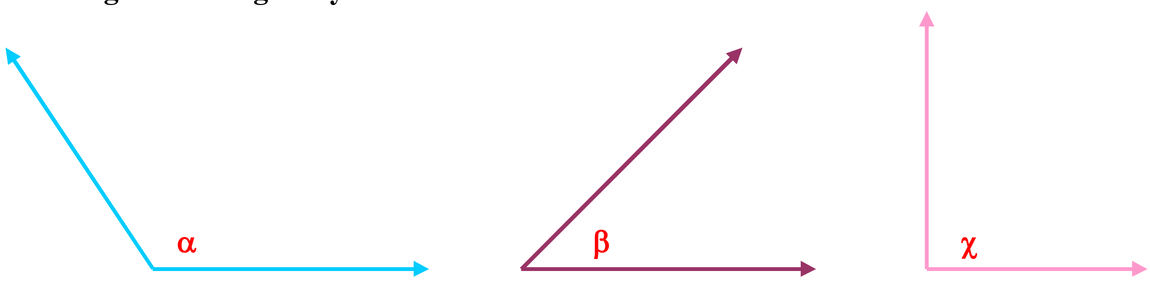
ε si la mε = 175^0 2‘

6) **Calcular el complemento y suplemento de los siguientes ángulos:**

mα = 27^0 48‘ 6“ ; mβ = 58^0 24‘ 38“ ; mχ = 87^0 58‘ 38“

EJERCICIOS SOBRE ANGULOS (6^0 básico)

1) Mide los siguientes ángulos y clasifícalos.-



m∠α = -------- **m∠β = --------** **m∠χ = ------**

2) Dibuja un ángulo obtuso, uno agudo y uno recto.-

3) Dibuja un ángulo de 50^0, otro de 90^0, y otro de 120^0.

4) Complemento de un ángulo es____

5) Ángulos complementarios son____

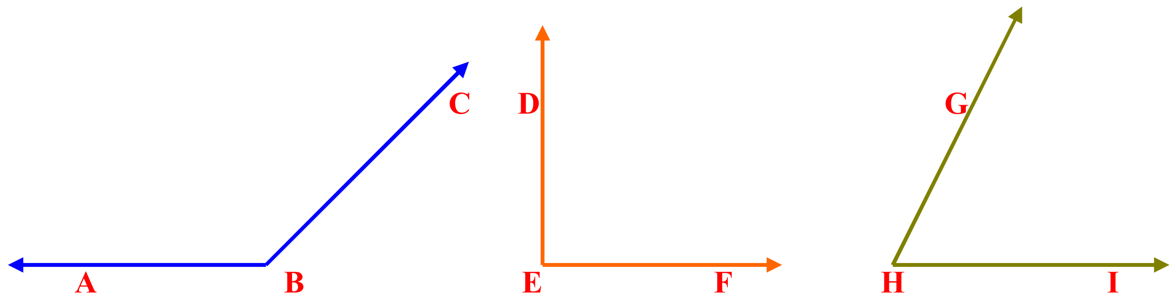
6) Dibuja el complemento de un ángulo agudo cualquiera.-

7) **Suplemento de un ángulo es**____

8) **Ángulos suplementarios son**____

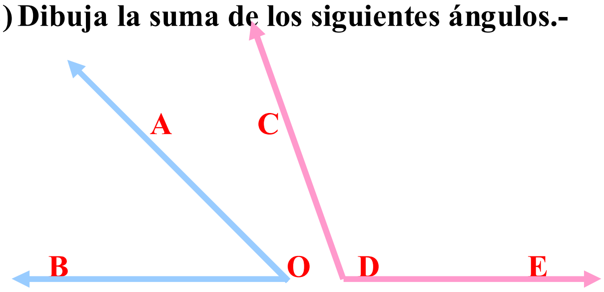
9) **Dibuja el suplemento de un ángulo cualquiera.-**

10) **Dados los ángulos : $\angle$ ABC ; $\angle$ DEF ; $\angle$ GHI , cópialos.-**



11) **Dibuja un ángulo de 40^0, otro de 25^0 y también el ángulo suma.-**

12) **Dibuja la suma de los siguientes ángulos.-**



13) Encuentra el complemento y el suplemento de cada ángulo según medida.-

$m\alpha$	Complemento	Suplemento
35^0		
60^0		
28^0		
32^0		

14) Construye un ángulo de 50^0 y otro de 30^0 y con compás construye el ángulo suma.

15) Construye un ángulo de 70^0 y otro de 20^0 y con compás construye el ángulo diferencia.-

16) Dibuja un par de ángulos opuestos por el vértice y otro par de ángulos adyacentes.-

EJERCICIOS SOBRE ANGULOS (7^0 y 8^0 básicos)

1) Si alfa = 25^0. Calcular el complemento de alfa.-

a) 75^0 b) 65^0 c) 155^0 d) 100^0 e) 25^0

2) Calcular el suplemento del complemento de 50^0.

a) 40^0 b) 140^0 c) 90^0 d) 130^0 e) 60^0

3) Alfa y Beta son complementarios. Si Alfa es el doble de Beta. ¿Cuánto mide Alfa?

a) 60^0 b) 30^0 c) 120^0 d) 180^0 e) Otro

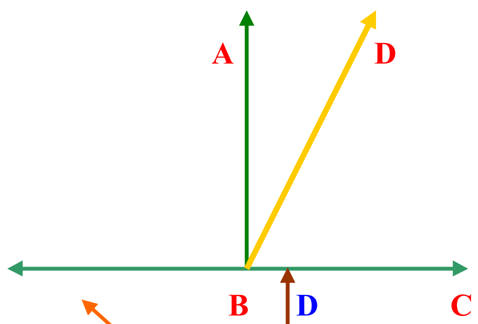
4) Alfa y Beta son suplementarios. Si Alfa es 5 veces Beta ¿Cuánto mide Beta?

a) 30^0 b) 150^0 c) 60^0 d) 80^0 e) 45^0

5) Alfa y Beta son suplementarios. Si Alfa es 6 veces Beta ¿Cuánto mide Alfa?

a) 125^0 b) $27{,}5^0$ c) $25{,}7^0$ d) $154{,}2^0$ e) 150^0

6) AB $\perp$ BC. Si el $\angle$ ABD es la tercera parte Del $\angle$ DBC. ¿Cuánto mide el $\angle$ ABD?

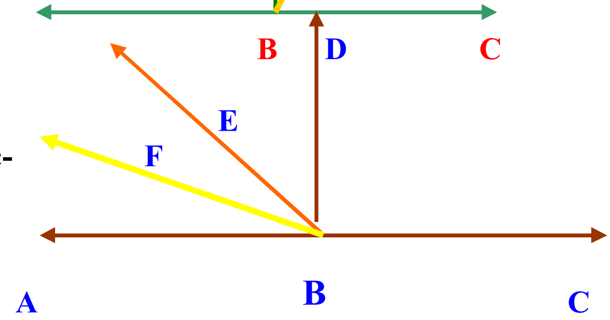


a) 45^0 b) $22{,}5^0$

c) 30^0 d) 50^0

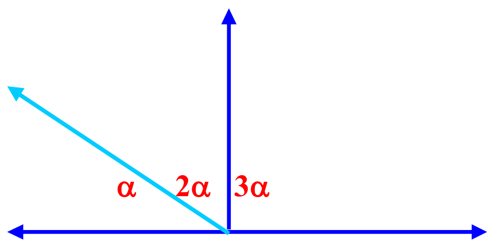
e) 80^0

7) A, B, C, colineales. BD bisectriz del ángulo ABC; BE bisectriz del ángulo ABD. BF bisectriz del ángulo EBD ¿Cuánto mide $\angle$ ABF?



a) 20^0 b) 45^0 c) $22{,}5^0$ d) 67,5 e) 90^0

8) Determinar el valor del ángulo Alfa.



a) 30^0 b) 45^0
c) 60^0 d) 90^0
f) otro

9) Determinar el valor del ángulo cuyo suplemento es igual a la mitad de su complemento.

a) $22{,}5^0$ b) 50^0 c) 30^0 d) 60^0 e) otro

10) La medida de un ángulo es 5 veces la medida de su complemento. Encontrar la medida del ángulo.-

a) 75^0 b) 15^0 c) 150^0 d) 30^0 e) otro

11) La medida del suplemento de un ángulo es 5 veces la medida del complemento del mismo ángulo. Encontrar la medida del ángulo.

a) $67{,}5^0$ b) $22{,}5^0$ c) $112{,}5^0$ d) 135^0 e) N.R.A.

12) Si el ángulo $\alpha = 63^0 \wedge$ el ángulo $\beta = 117^0$ ¿Qué puede concluirse acerca del ángulo $\alpha \wedge$ del ángulo β?

A) Suplementarios B) Complementarios C) Opuestos por el vértice
D) Correspondientes E) Otro

13) Si 2 ángulos suplementarios tienen medidas iguales ¿Cuál es la medida de cada ángulo?

A) 90^0 y 60^0 B) 45^0 y 45^0 C) 90^0 y 90^0
D) 60^0 y 60^0 E) Otro

14) Si la medida de un ángulo es 3 veces la medida de su suplemento ¿Cuál es la medida del ángulo?

a) 45^0 b) 135^0 c) 90^0 d) 60^0 e) 0tro

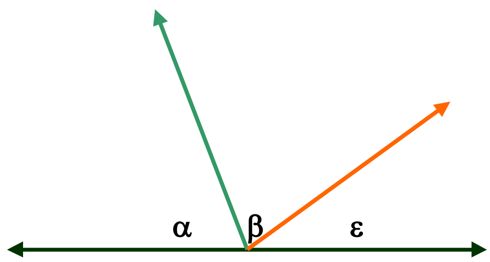
15) La medida de un ángulo es 24^0 más que la medida de su suplemento. Encontrar la medida de cada ángulo.

a) 78^0 b) 102^0 c) 73^0 d) 107^0 e) Otro

16) Si la medida de un ángulo es 2 veces la medida de su complemento ¿Cuál es la medida de cada ángulo?

a) 90^0 b) 120^0 c) 30^0 d) 60^0 e) Otro

17) Si $\alpha = 85^0$; $\varepsilon = 30^0$ Determinar la medida del ángulo β.



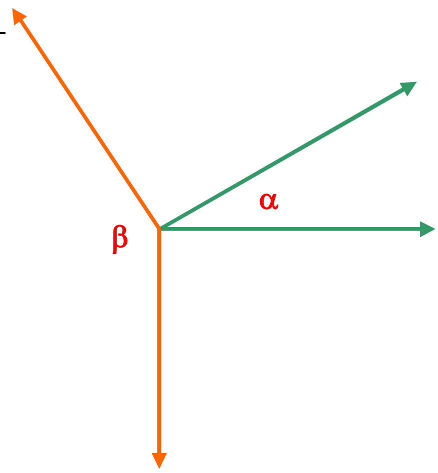
a) 105^0 b) 65^0

c) 85^0 d) 30^0

e) Otro

18) En el vértice del ángulo α, se han trazado 2 rayos perpendiculares. ¿Cuánto sumarán el ángulo β (formado por estos rayos) y el ángulo α? ¿Por qué razón?

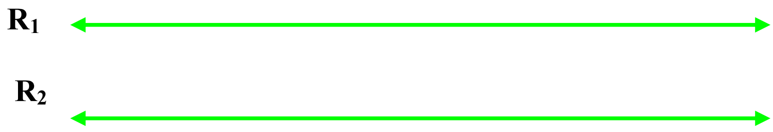
Por lo tanto $\alpha \wedge \beta$ son ángulos___________________



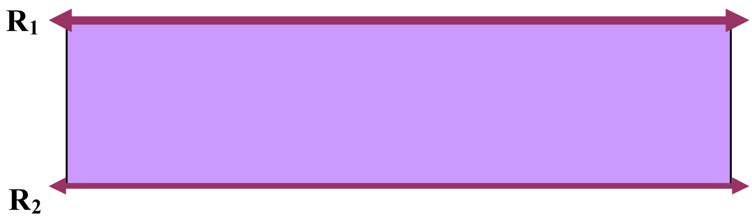
CAPITULO III .- RECTAS PARALELAS (/ /)

Def.- RECTAS PARALELAS son aquellas que estando en un mismo plano, tienen intersección vacía.- ($\cap$ ϕ)

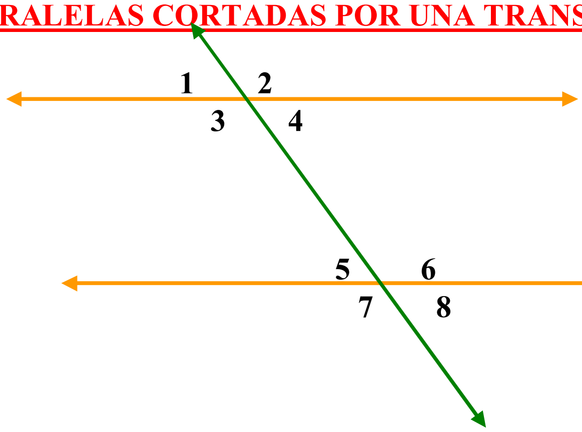
R_1 // R_2



Def.- La región del plano comprendida entre 2 paralelas se llama CINTA.-



RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA TRANSVERSAL.-



$\angle$ 1 adyacente al $\angle$ 2
$\angle$ 2 adyacente al $\angle$ 4
$\angle$ 4 adyacente al $\angle$ 3
$\angle$ 3 adyacente al $\angle$ 1

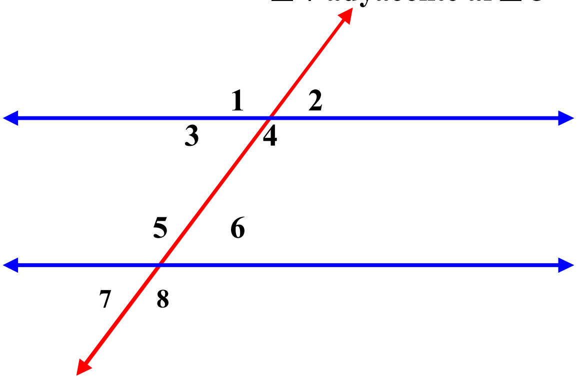
$\angle$ 5 adyacente al $\angle$ 6
$\angle$ 6 adyacente al $\angle$ 8
$\angle$ 8 adyacente al $\angle$ 7
$\angle$ 7 adyacente al $\angle$ 5

$\angle$ 1 opuesto por el vértice al $\angle$ 4

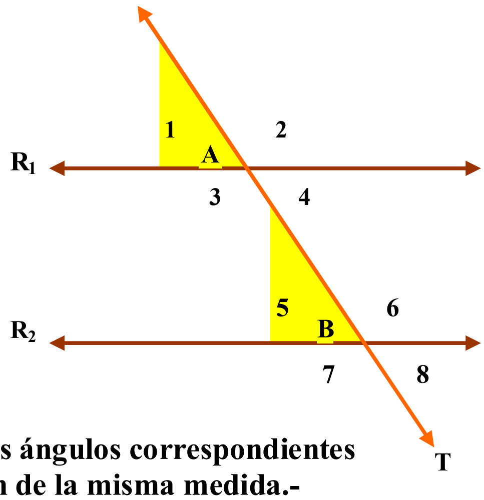
$\angle$2 opuesto por el vértice al $\angle$ 3

$\angle$ 5 opuesto por el vértice al $\angle$ 8

$\angle$ 6 opuesto por el vértice al $\angle$ 7



Def.- ANGULOS CORRESPONDIENTES.- Son los que coinciden por traslación paralela.-



Si trasladamos la recta R_2 por la Transversal de manera que coincida con R_1, el punto B queda sobre el punto A, entonces:

$\angle$ 5 queda sobre el $\angle$ 1

$\angle$ 6 queda sobre el $\angle$ 2

$\angle$ 7 queda sobre el $\angle$ 3

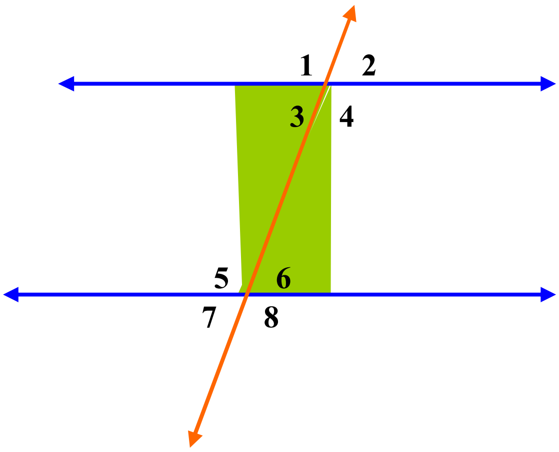
$\angle$ 8 queda sobre el $\angle$ 4

Los ángulos correspondientes son de la misma medida.-

Def.- ANGULOS ALTERNOS INTERNOS.- Son los que están dentro de la cinta y a distinto lado de la transversal.-

$\angle$ 3 es alterno interno con $\angle$ 6

$\angle$ 4 es alterno interno con $\angle$ 5

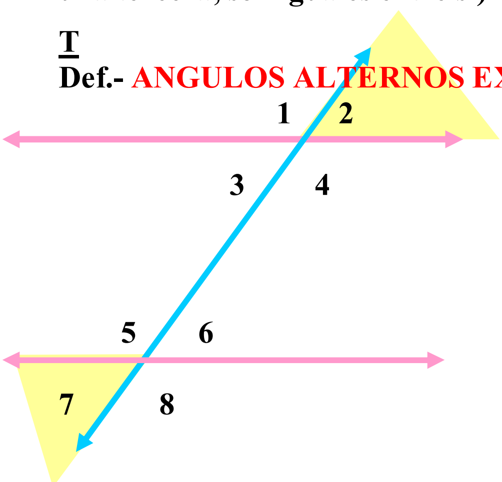


Son iguales entre si porque:

$\angle$ 6 = $\angle$ 2 (correspondientes)
$\underline{\angle 3 \;=\; \angle 2}$ (op. Por el vértice
$\angle$ 6 = $\angle$ 3 (2 cantidades iguales a una tercera, son iguales entre sí)

T

Def.- ANGULOS ALTERNOS EXTERNOS.- Son los que están fuera de la cinta y a distinto lado de la transversal.-



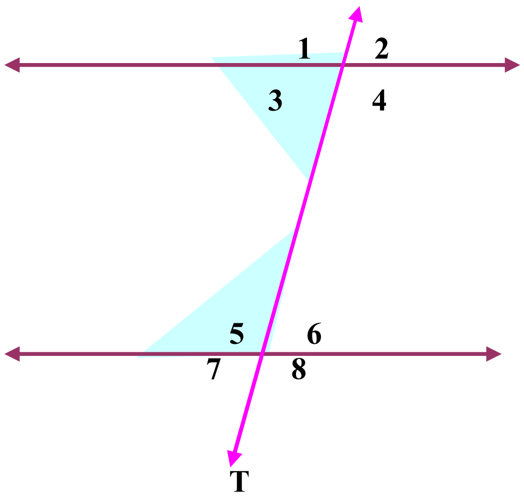
Son Alternos Externos:

$\angle$1 con $\angle$ 8

$\angle$ 2 con $\angle$ 7

Son iguales entre sí.-

Def.- ANGULOS INTERNOS DEL MISMO LADO.- Son los que están dentro de la cinta y al mismo lado de la transversal.-



Son Internos del mismo lado:

$\angle 3$ con $\angle 5$

$\angle 4$ con $\angle 6$

Son suplementarios porque:

$\angle 3 + \angle 1 = 180^0$ (suplementarios)

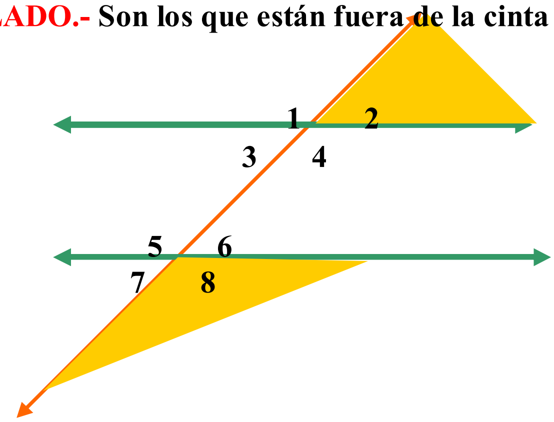
$\angle 5 = \angle 1$ (correspondientes)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^0$ (cantidades iguales pueden reemplazarse una por otra)

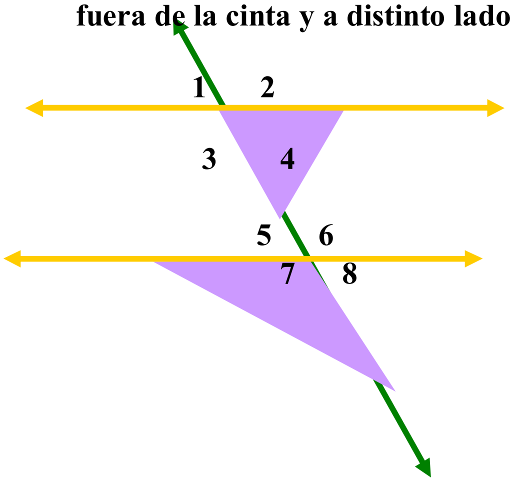
Def.- ANGULOS EXTERNOS DEL MISMO LADO.- Son los que están fuera de la cinta y al mismo lado de la transversal.-

Son Externos del mismo lado.-
$\angle 2$ con $\angle 8$
$\angle 1$ con $\angle 7$

Son suplementarios.-



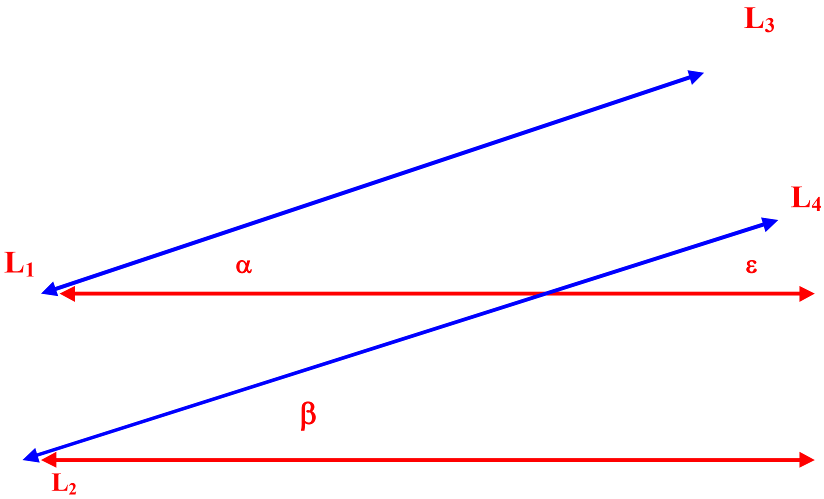
Def.- ANGULOS CONTRARIOS O CONJUGADOS.- Son los que están uno dentro y otro fuera de la cinta y a distinto lado de la transversal.-



Son Contrarios o Conjugados:
$\angle 1$ con $\angle 6$
$\angle 2$ con $\angle 5$
$\angle 3$ con $\angle 8$
$\angle 4$ con $\angle 7$
Son ángulos suplementarios.

Def.- ANGULOS DE LA MISMA NATURALEZA.- Los ángulos que tienen sus lados respectivamente // son de igual medida si son de igual naturaleza.-

H) $L_1 // L_2$;
$L_3 // L_4$



T) $\alpha \wedge \beta$ **son de igual medida.-**

D) med $\angle\alpha$ = med $\angle\varepsilon$ (correspondientes entre //)

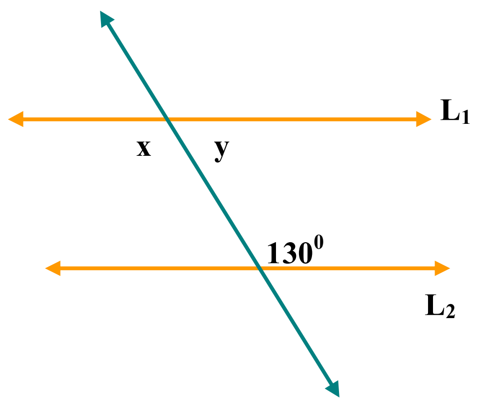
med $\angle\beta$ = med $\angle\varepsilon$ (correspondientes entre //)

med $\angle\alpha$ = med $\angle\beta$ (Transitividad)

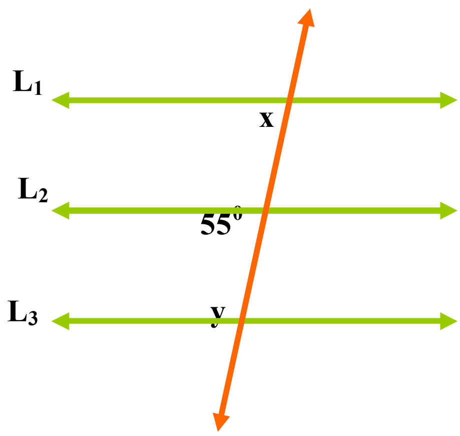
EJERCICIOS CON RECTAS // CORTADAS POR TRANSVERSAL.-

En cada figura siguiente, encontrar x e y.-

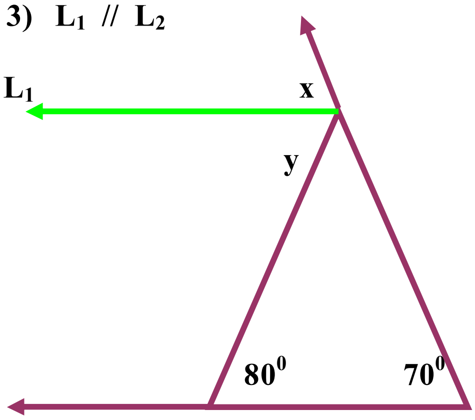
1) $L_1 // L_2$



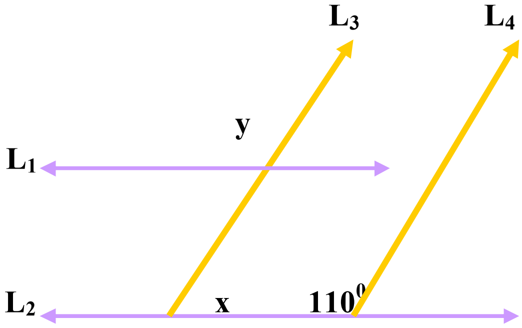
2) $L_1 // L_2 // L_3$



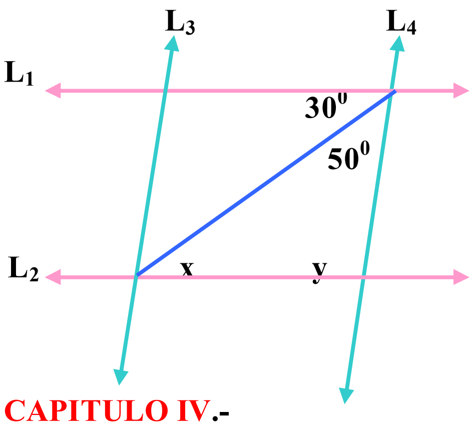
3) L_1 // L_2



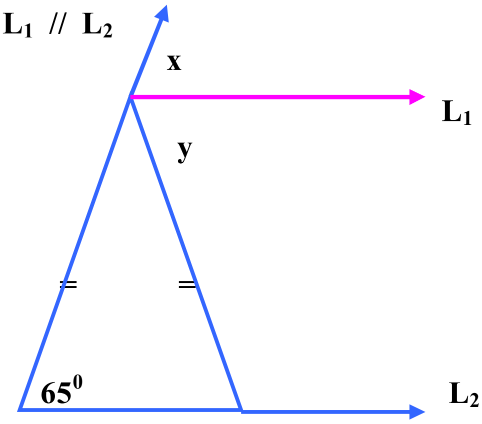
4) L_1 // L_2 ; L_3 // L_4



5) L_1 // L_2 ; L_3 // L_4



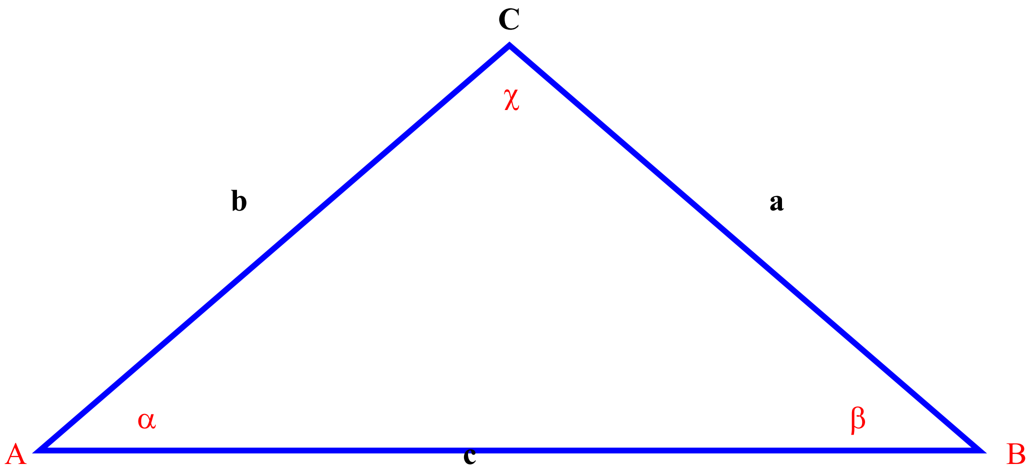
6) L_1 // L_2



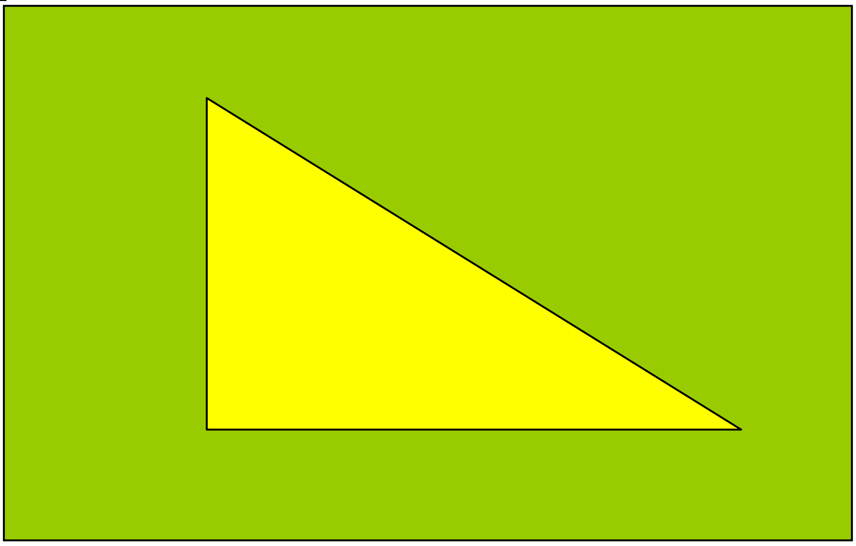
CAPITULO IV.-

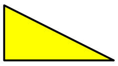
EL TRIANGULO

Def.- **Es un polígono formado por la unión de tres segmentos de recta.-**

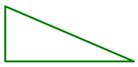


Elementos del triángulo.-
Lados: a, b, c.
Ángulos: α, β, χ.



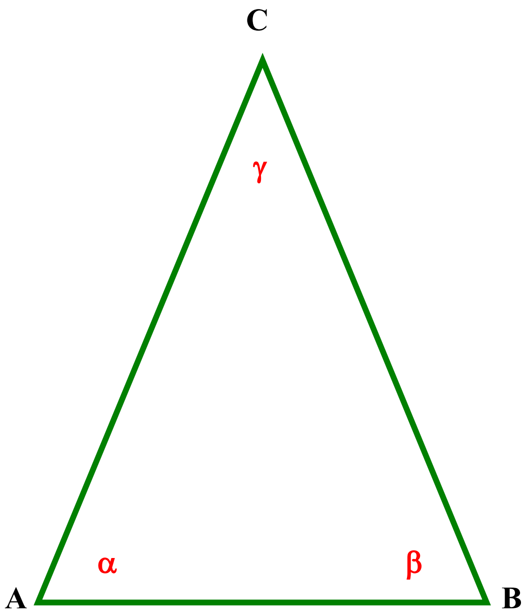
La amarilla  **es la Región Interior del triángulo.-**

La verde  **es la Región Exterior del triángulo.-**

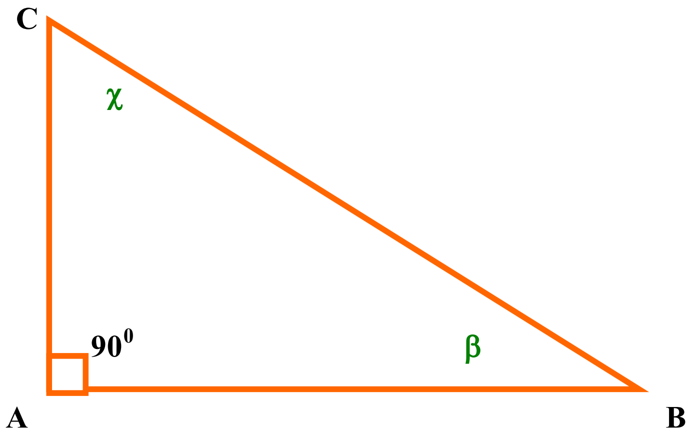
 **El triángulo mismo es la Frontera separadora entre las dos regiones.-**

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIANGULOS SEGÚN SUS ANGULOS.

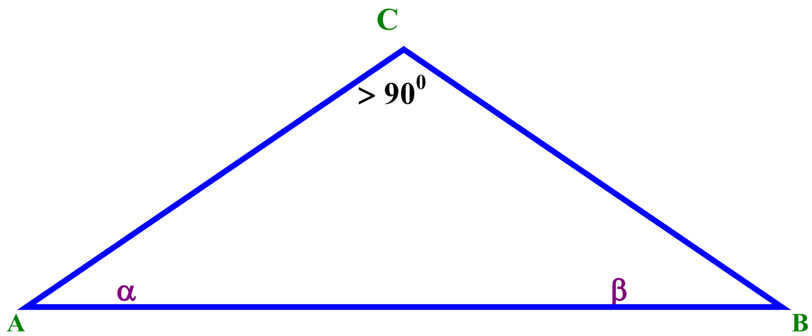
Def.- TRIANGULO ACUTÁNGULO es el que tiene sus 3 ángulos agudos.-



Def.- TRIANGULO RECTÁNGULO es el que tiene 1 ángulo recto y dos agudos.-



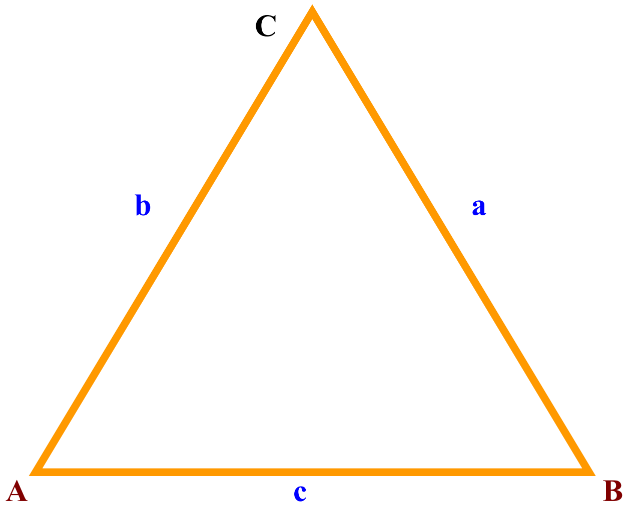
Def.- TRIANGULO OBTUSANGULO Es el que tiene 1 ángulo obtuso y dos agudos.-



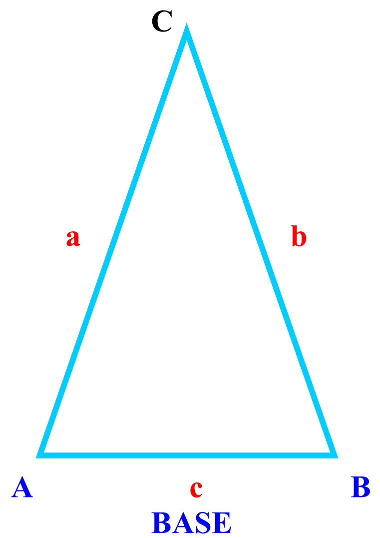
CLASIFICACION DE LOS TRIANGULOS SEGÚN SUS LADOS.-

Def.- TRIANGULO EQUILATERO es el que tiene sus 3 lados de la misma medida.

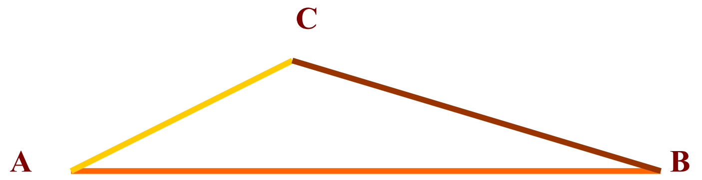
También sus $\angle$ interiores son de igual medida y c/u mide 60^0.-



Def.- TRIANGULO ISOSCELES es el que tiene dos lados de igual medida y sus ángulos básales también son de igual medida.-



Def.- TRIANGULO ESCALENO es el que tiene sus tres lados de distinta medida como también sus ángulos.-



Teorema.- Es una verdad que necesita ser demostrada.- Consta de 3 partes (Hipótesis, Tesis y Demostración).-

La Hipótesis son los datos, es decir, lo que conocemos mediante el enunciado del teorema.-

La Tesis es la que dice que es lo que vamos a demostrar.-

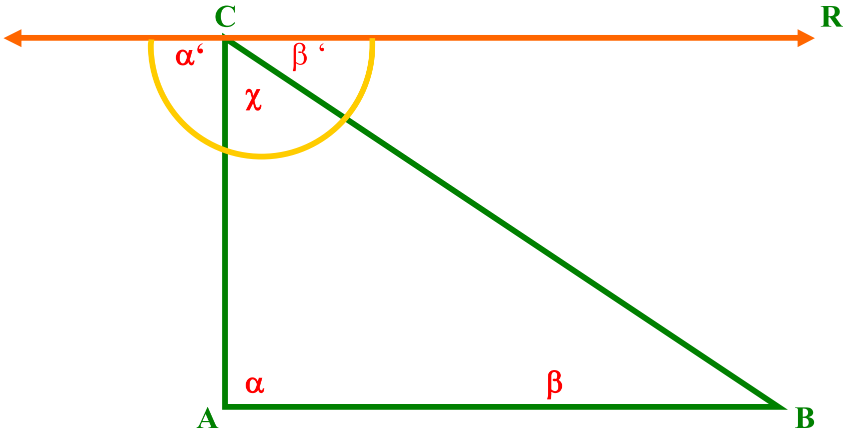
La Demostración es un razonamiento basado en definiciones, axiomas y teoremas anteriormente aprendidos, que nos permiten llegar a una conclusión.-

Axioma.- Es una verdad evidente por si misma. Como por ejemplo, "la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta ".- Un Axioma no necesita demostración.

Veremos a continuación ejemplos de teoremas que atañen a los triángulos.-

Teorema: **LA SUMA DE LOS 3 ANGULOS INTERIORES DE TODO TRIÁNGULO ES 180^0**

Dibujamos un △ cualquiera y por C, trazamos la $\overline{//}$ a AB

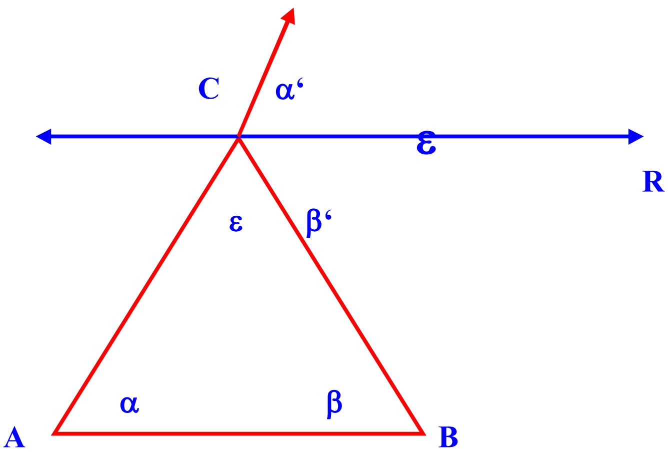


H) ABC triángulo cualquiera.
R // AB
T) $\alpha + \beta + \chi = 180^0$

$\alpha' + \chi + \beta' = 180^0$ (Suplementarios)
Pero $\alpha = \alpha'$ (alt. internos entre //)
y $\beta = \beta'$ (alt. internos entre //)
$\alpha + \beta + \chi = 180^0$

Teorema.- **EL ANGULO EXTERIOR DEL VERTICE, ES IGUAL A LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES NO ADYACENTES A EL.-**

Se dibuja un △ cualquiera y por C, se traza una // a AB



H) ABC cualquiera.-
<u>R // AB.</u>
T) $\varepsilon' = \alpha + \beta$

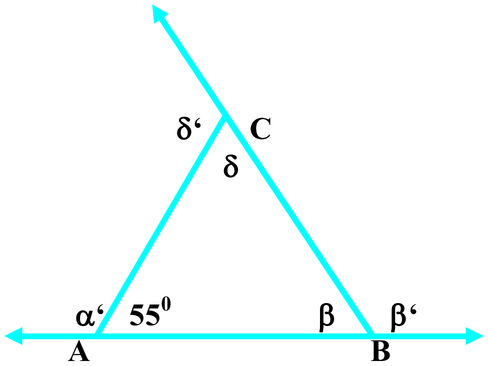
D) $\alpha = \alpha'$ **(correspondientes entre //)**
$\beta = \beta'$ **(alt. internos entre //)**
$\underline{\alpha' + \beta' = \varepsilon'}$
$\varepsilon' = \alpha + \beta$

Ejercicios.- Medidas de ángulos en polígonos convexos.

<u>Triángulos Isósceles, Triángulos equiláteros.-</u>

1) ABC △ Isósceles

Base AB



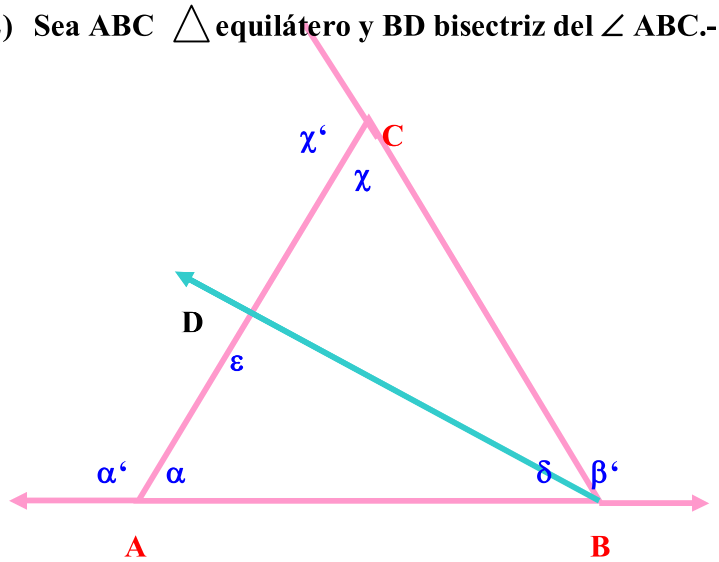
β = ____________

β' = ____________

α' = ____________

δ = ____________

2) Sea ABC △ equilátero y BD bisectriz del ∠ ABC.-



α' = ____________

ε = ____________

α = ____________

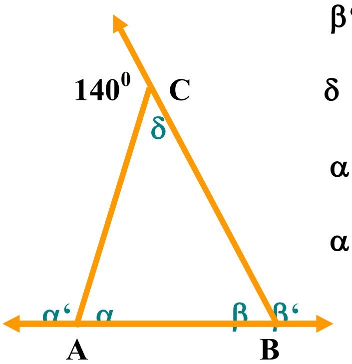
δ = ____________

χ = ____________

χ' = ____________

1)

$\overline{AC} = \overline{BC}$



β = _______

β‘ = _______

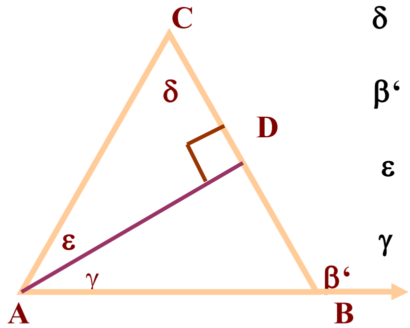
δ = _______

α = _______

α‘ = _______

2)

El ∇ ABC es equilátero y $\overline{AD}$ es altura.



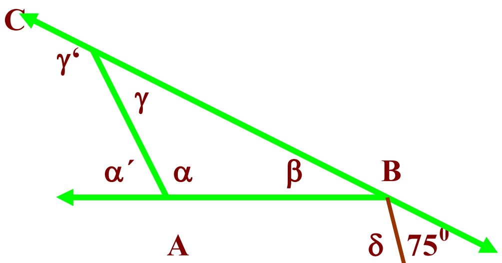
δ = _______

β‘ = _______

ε = _______

γ = _______

3)



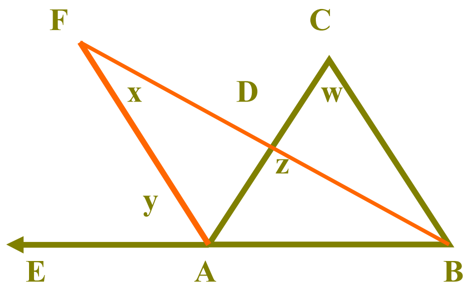
El △ ABC es isósceles de base BC , BE es Bisectriz del ∠ ABD

α‘ = ______ α = ______ β = ______

γ‘ = ______ δ = ______ γ = ______

4)

El ∇ ABC de la figura es equilátero y AF y BF son bisectrices de los ∠ EAC y ABC.



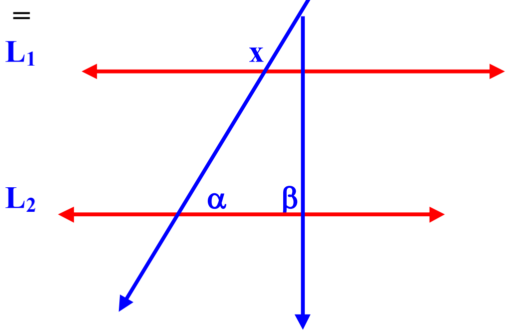
x = ____ y = ____ z = ____ w = _____

x + y + z + w = _______________

5)

L_1 // L_2 α = 65^0 β = 85^0

x =

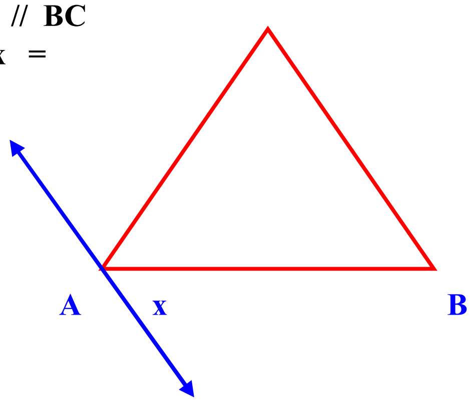


6)

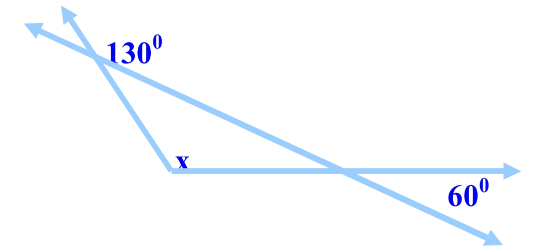
ABC △ equilátero C

M // BC

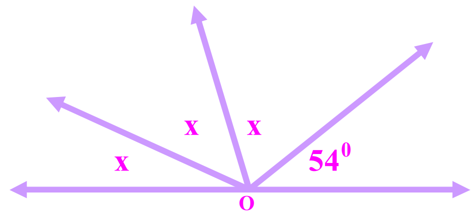
∠x =



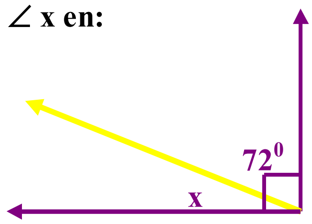
Calcular $\angle$ x en: **1)**



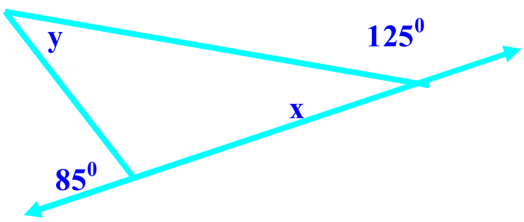
Calcular $\angle$ x en: **2)**



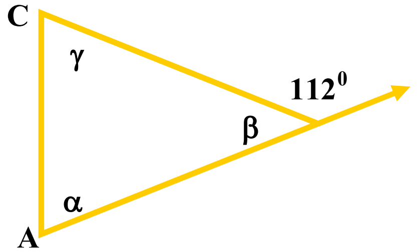
Calcular $\angle$ x en: **3)**



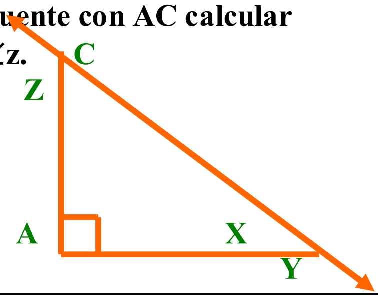
Calcular $\angle$ x $\wedge$ $\angle$ y en: **4)**



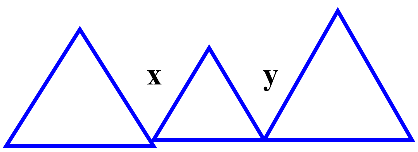
Si AB es congruente con BC, calcular α, $\beta \wedge \gamma$. **5)**



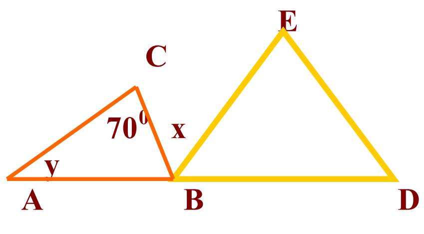
Si AB congruente con AC calcular $\angle$x, $\angle$y $\wedge$ $\angle$z. **6)**



En la figura, los 3 $\triangle$ son equiláteros. Calcular $\angle$ x $\wedge$ $\angle$ Y **7)**



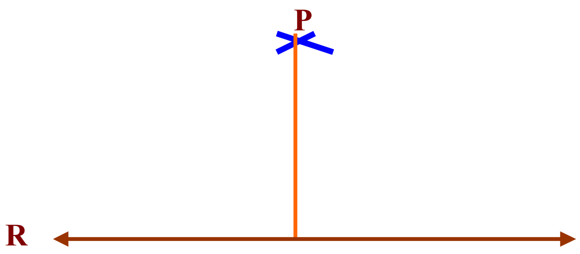
$\triangle$ BDE equilátero; AB cong. con AC Calcular $\angle$ x $\wedge$ $\angle$ y. **8)**



CAPITULO V TRANSVERSALES DEL TRIÁNGULO

ALTURAS.-

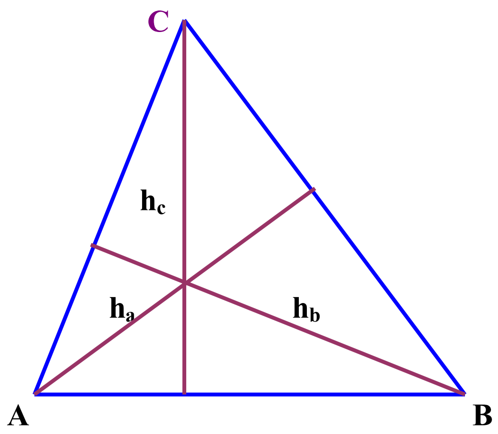
Def.- Altura es la perpendicular bajada desde un punto a una recta.



Alturas en un triángulo.-

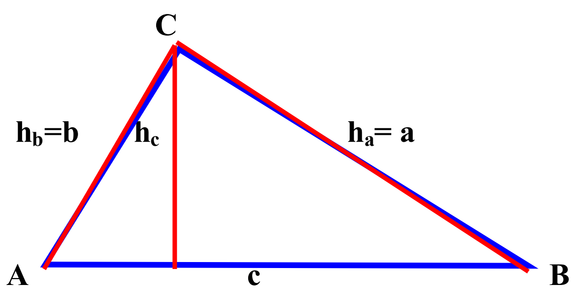
Perpendicular bajada desde un vértice al lado opuesto.-

Alturas en un triángulo acutángulo.-



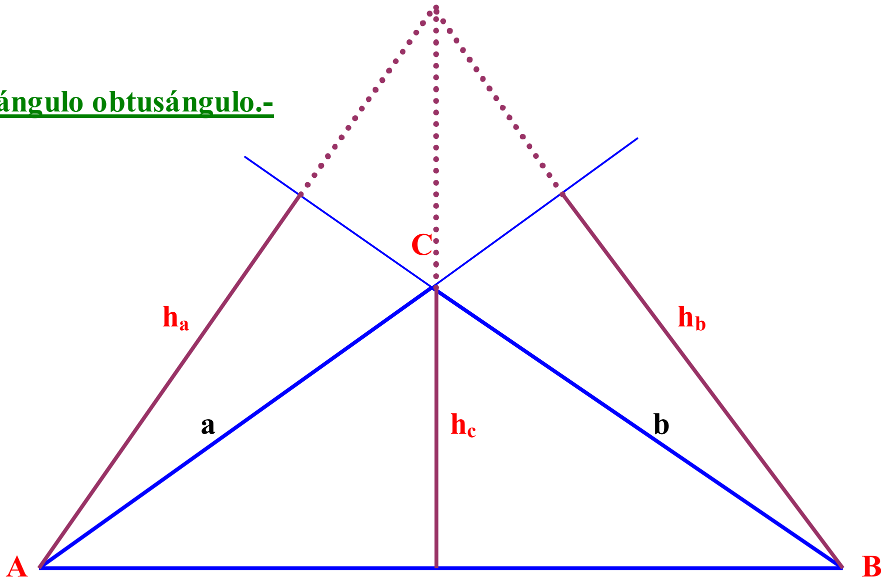
En un triángulo acutángulo las tres alturas se intersectan en un solo punto dentro del Δ.

Alturas en un triángulo rectángulo.-



En un triángulo rectángulo las tres alturas se intersectan en un solo punto en el vértice del ∠ recto-

Alturas en un triángulo obtusángulo.-

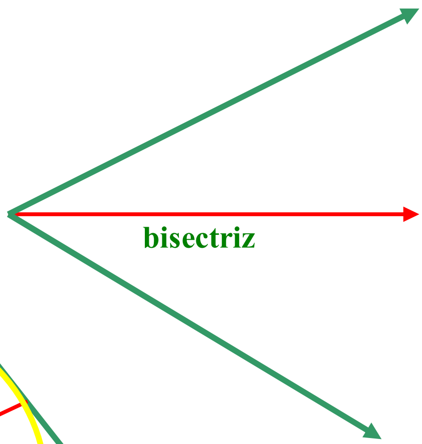


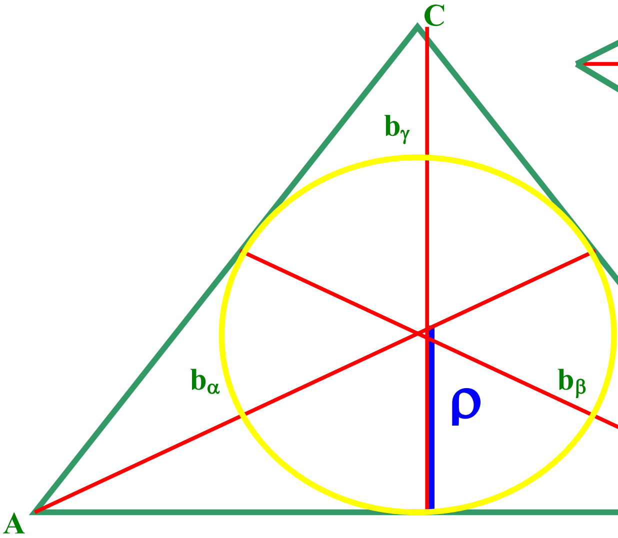
En un triángulo obtusángulo , si prolongamos las alturas, se intersectan en un punto fuera del Δ.

Los puntos de intersección de las alturas de todo triángulo se llaman ORTOCENTRO.

BISECTRICES.-

Def: Bisectriz de un ángulo es el rayo que lo divide en 2 partes iguales.

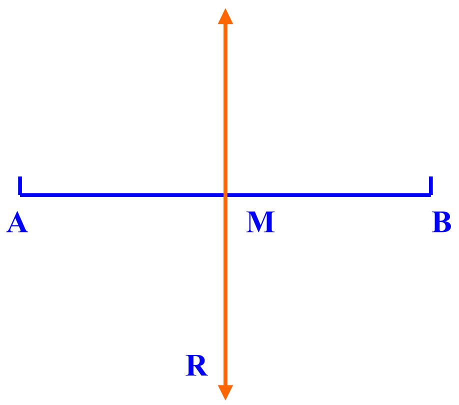




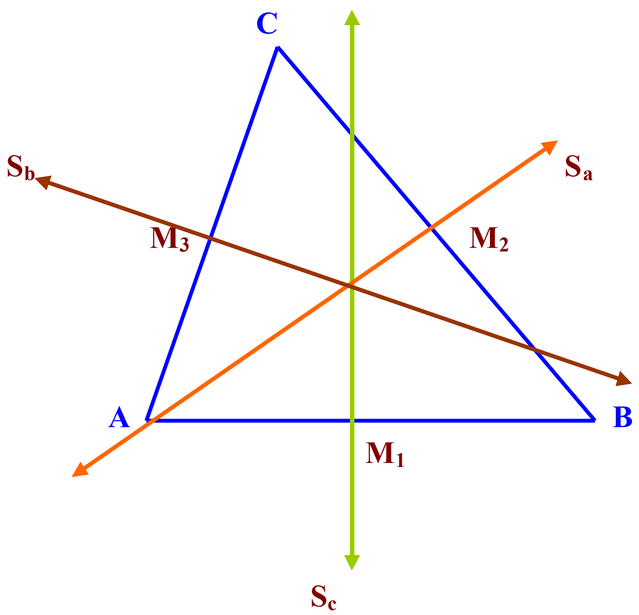
En todo triángulo, las 3 bisectrices se intersectan en un solo punto dentro del triángulo. Ese punto es el centro de una circunferencia tangente a los 3 lados, llamada "Circunferencia Inscrita" y el punto se llama INCENTRO.-

SIMETRALES.-

Simetral de un trazo: es la recta que lo divide en dos partes iguales.-

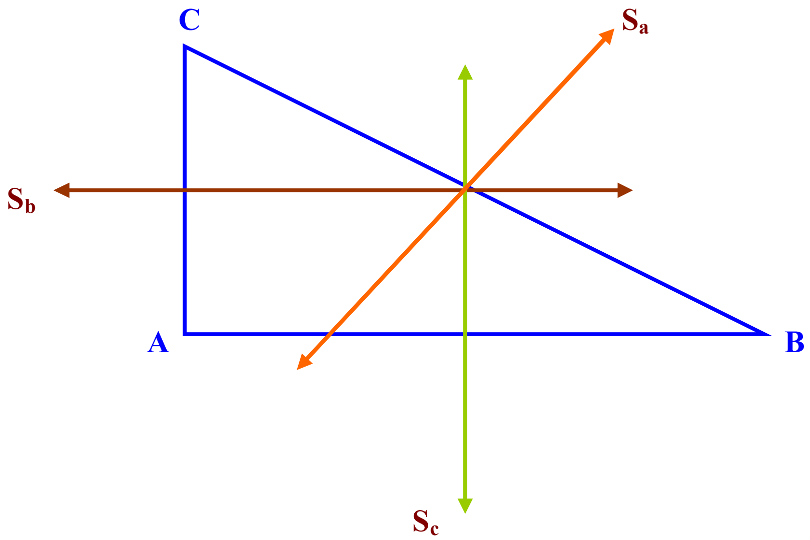


Simetrales de un triángulo acutángulo.-



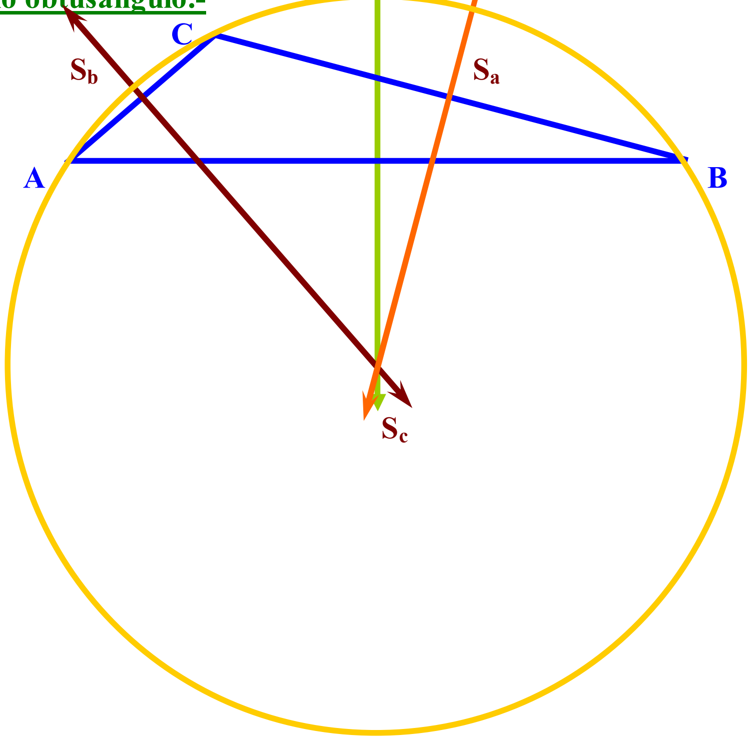
En un triángulo acutángulo, las 3 simetrales se intersectan en un solo punto dentro del Δ.-

Simetrales de un triángulo rectángulo.-



En un triángulo rectángulo, las 3 simetrales e intersectan sobre la hipotenusa.-

Simetrales de un triángulo obtusángulo.-

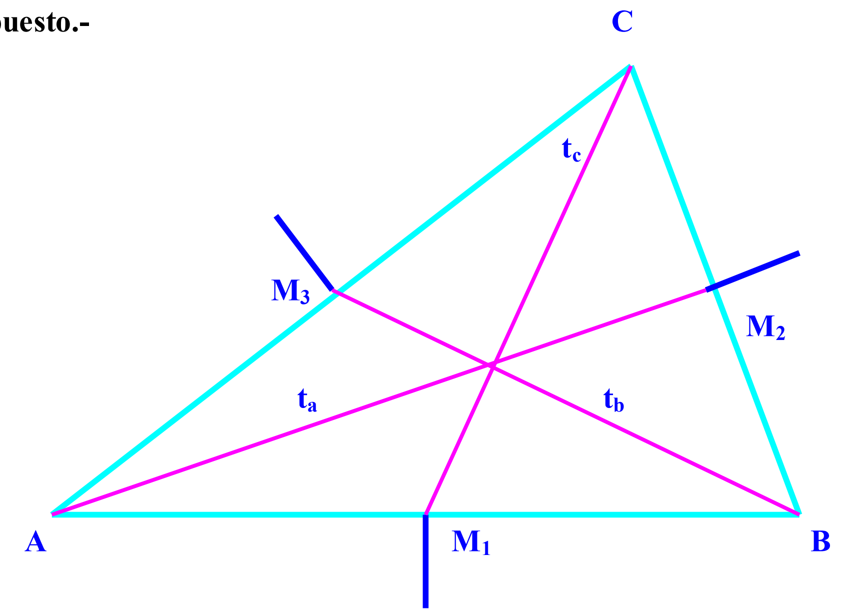


En un triángulo obtusángulo las 3 simetrales se intersectan en un punto fuera del Δ.-

El punto centro de la circunferencia exincrita se llama CIRCUNCENTRO.-

TRANSVERSALES DE GRAVEDAD.-

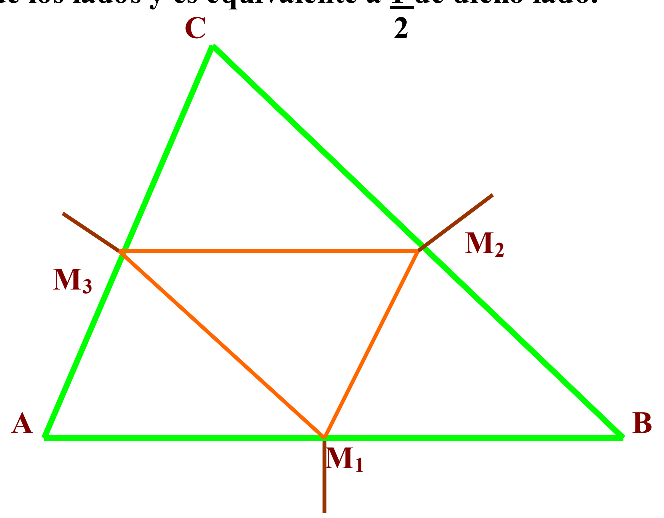
Transversal de gravedad de un triángulo es un trazo que une un vértice del Δ con el punto medio del lado opuesto.-



Las 3 transversales de gravedad se intersectan en un solo punto dentro del triángulo, llamado "Centro de gravedad" o BARICENTRO. Este punto divide a la transversal en la razón 2:1 es decir, si divides la tangente en tres partes, 2 de ellas quedan desde el punto hacia el vértice y la otra desde el punto hacia el lado

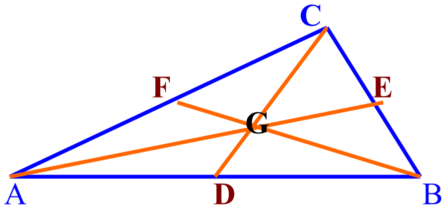
MEDIANAS DE UN TRIANGULO.-

Mediana de un triángulo es un trazo que une los puntos medios de los lados.
Cada mediana es // a uno de los lados y es equivalente a $\frac{1}{2}$ de dicho lado.-



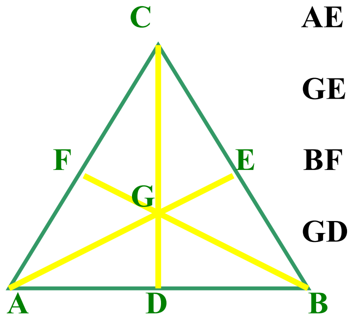
Ejercicios con transversales de gravedad y medianas.

1)
AE, BF y CD son transversales de gravedad
AG = 21 cm., GD = 3cm. y FG = 4cm.



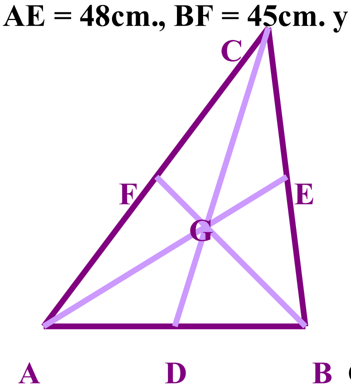
GE = _______________
BF = _______________
CG = _______________

2)
El Δ ABC es equilátero, AE, BF y CD son Transversales de gravedad y BG = 12cm.



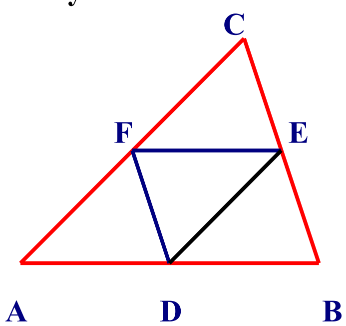
AE =__________
GE = __________
BF = __________
GD = __________
CD = __________

3)
AE, BF y CD son transversales de gravedad
AE = 48cm., BF = 45cm. y CD = 42cm.



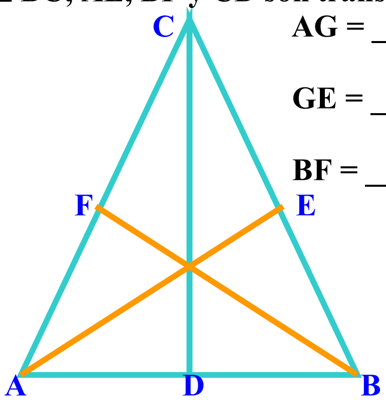
AG =_________
GE = _________
BG = _________
FG = _________
GC = _________

4)
DE, DF y FE son medianas, AB = 24cm.
BC = 20cm. y AC = 27cm.



DE = ________EF = _______ FD =_______

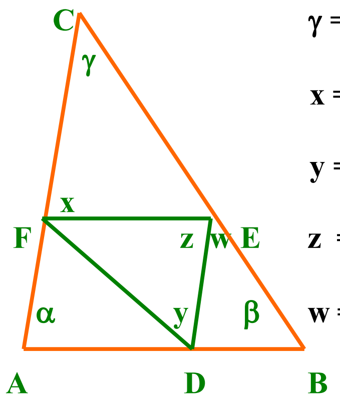
5)
AC ≅ BC; AE, BF y CD son transversales



AG = _________
GE = _________
BF = _________

BG =________ FG= ________ GD=_______

6)
DE; DF y FE son medianas.
α = 75º y β = 46º



γ = _________
x = _________
y = _________
z = _________
w = _________

CUESTIONARIO.-

1) Nombra las transversales de un triángulo cualquiera. Defínelas.-

____

____

____

____

____

2) Define:

a) Simetral de un trazo: ______________________________

b) Bisectriz de un ángulo: ______________________________

3) ¿En qué Δ coinciden todas las transversales? ____________________

4) ¿Dónde se ubica el ortocentro de un Δ rectángulo? ____________________

5) ¿Dónde se ubica el circuncentro en un Δ rectángulo? ____________________

6) ¿Dónde se ubica el ortocentro en un Δ obtusángulo? ____________________

7) ¿En qué Δ el incentro y el circuncentro coinciden? ____________________

8) ¿En que Δ la altura de la base es a la vez bisectriz del ángulo del vértice (“ C “)? ________

9) ¿Cuál es el radio de la circunferencia inscrita a cualquier Δ? ________________

10) ¿Cuál es el radio de la circunferencia circunscrita a cualquier Δ? ____________

11) ¿Qué clase de Δ es aquel en que la $m\angle\alpha = 30^o$ y la $m\angle\beta = 60^o$? ____________

12) ¿Qué clase de Δ es aquel en que $m\angle\alpha = 160^o$ y $m\ \beta = 60^o$? ________________

13) ¿Qué clase de Δ es aquel en que $m\alpha = 160$ y $m\gamma = 10^o$? ____________________

14) ¿Qué es el centro de Gravedad de un Δ? ______________________________

Otros Ejercicios:

I Identifica el nombre de un triángulo que tiene:

a) 1 ángulo recto ______________________

b) 1 ángulo obtuso ______________________

c) 3 ángulos agudos ______________________

d) Todos sus ángulos interiores iguales ______________________

II Identifica las afirmaciones falsas:

a) En un triángulo rectángulo hay 2 ángulos agudos ______

b) En un triángulo obtusángulo hay un ángulo obtuso ______

c) En un triángulo rectángulo hay 2 ángulos rectos ______

d) Los 3 ángulos de un triángulo son siempre agudos ______

e) En un triángulo acutángulo los 3 ángulos son agudos ______

f) 1 triángulo rectángulo tiene 1 ángulo recto y dos agudos ______

III Identifica el triángulo que tiene:

a) 3 lados desiguales ______________________

b) 2 lados = entre si ______________________

c) 3 lados = entre si ______________________

IV Encuentra los errores:

a) Triángulo rectángulo escaleno

b) Triángulo rectángulo isósceles

c) Triángulo rectángulo equilátero

d) Triángulo obtusángulo isósceles

e) Triángulo obtusángulo escaleno

f) Triángulo acutángulo escaleno

V Señala que elementos secundarios del triángulo forman los siguientes puntos:

a) El Ortocentro

b) El Centro de Gravedad

c) El Incentro

d) El Circuncentro

VI Señala si son V o F las siguientes afirmaciones:

a) La bisectriz divide al ángulo en 2 ángulos congruentes ______

b) La simetral es la perpendicular en el punto medio de un trazo ______

c) La altura es el segmento que une el punto medio de un trazo con el vértice opuesto ______

d) El punto de intersección de las bisectrices se llama " bicentro " ______

VII Señala donde se encuentra el ortocentro en

a) 1 triángulo rectángulo

b) 1 triángulo acutángulo

c) 1 triángulo obtusángulo

VIII ¿Qué puedes decir sobre las alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de un mismo triángulo equilátero?____

IX Si ABC es un triángulo rectángulo isósceles en C, indica donde se encuentran los siguientes puntos:

a) El Ortocentro

b) El circuncentro

c) El Incentro

d) El Centro de Gravedad

X ¿Cuánto mide c/u de los ángulos basales de un triángulo isósceles si el ángulo del vértice mide 40º? ______________________________

XI Si los ángulos de un triángulo están en la razón 1 : 2 : 1 ¿Qué tipo de triángulo es?

____

XII Si 1 ángulo de 1 triángulo rectángulo mide 30º ¿Cuánto mide el otro ángulo agudo?

____

XIII Si 2 ángulos suplementarios están en la razón 1 : 2 ¿Cuál es la medida de cada ángulo?

____

XIV Si el Perímetro de un triángulo equilátero es 2a ¿Cuánto mide 1 lado de ese triángulo?

____

XV En un triángulo rectángulo en C, se tiene que 1 ángulo α es la mitad del ángulo β ¿Cuál es el valor del ángulo β? ______________________________

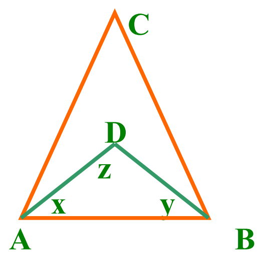
XVI En un triángulo cualquiera, $\angle\alpha + \angle\beta = 120°$. Si $\angle\beta = 5\alpha$ ¿Cuál es el valor del $\angle\alpha$?

XVII Si 2 ángulos complementarios están en la razón 2 : 3 ¿Cuánto mide cada ángulo? ____

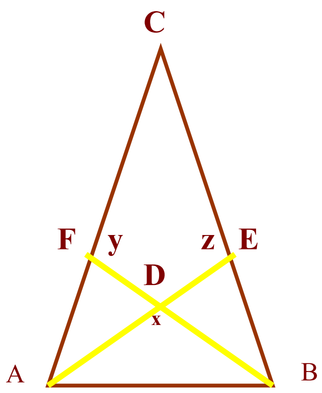
XVIII ¿Cuánto mide c/ángulo de un triángulo rectángulo isósceles? ______________

XIX Si el Perímetro de un triángulo equilátero es 3 a ¿Cuál es su área? ______________

XX **ΔABC isósceles; $\gamma = 40°$; D, incentro**



XXI **Si AC = CB**
AE y **BF bisectriz determina**
$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$



SEGÚN SUS LADOS

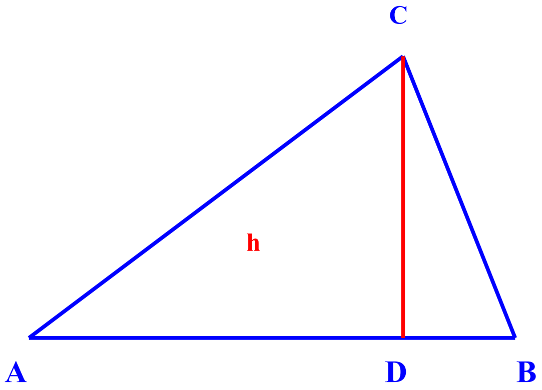
- **Triángulo Equilátero**: Tiene sus 3 lados iguales.
- **Triángulo Isósceles**: Tiene 2 lados iguales.
- **Triángulo Escaleno**: Tiene sus 3 lados desiguales.

SEGÚN SUS ANGULOS

- **Triángulo Acutángulo**: Tiene sus 3 ángulos agudos.
- **Triángulo Rectángulo**: Tiene 1 ángulo recto
- **Triángulo Obtusángulo**: Tiene 1 ángulo obtuso

CALCULO DEL ÁREA DE UN TRIÁNGULO.-

Para calcular el área de cualquier triángulo, se multiplica la base por la altura y ese producto se divide por 2.-



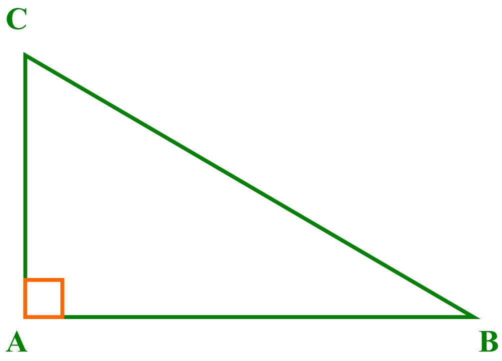
Ejemplo: AB = 30m CD = 15m Área del triángulo $= \dfrac{\overset{15}{\cancel{30}} \cdot 15}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 225\ m^2$

Ejercicios: Calcular las áreas respectivas de los siguientes triángulos.

1) AB = 45cm.; CD = 22 cm. Área =

2) AB = 5 Km. CD = 2,3 Km. Área =

Área de un triángulo rectángulo: es igual al producto de los catetos, dividido por 2.

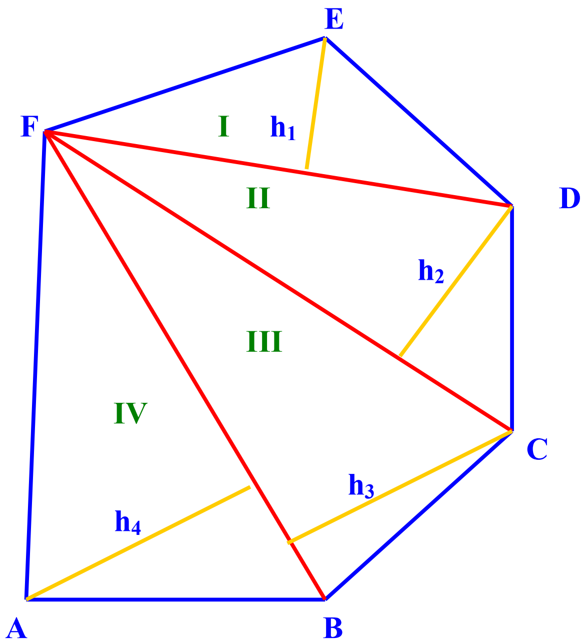


En este caso la base es el cateto AB y la altura es el cateto AC

Ejemplo: AB = 7,7 cm. AC = 4,6 cm. $A\Delta = \dfrac{7{,}7 \cdot 4{,}6}{2} = 17{,}71\ cm.^2$

CALCULO DEL ÁREA DE UN POLIGONO

Si el polígono no es regular, se trazan las diagonales desde uno de los vértices, lo que divide al polígono en triángulos. Se dibujan las alturas de cada uno de ellos, luego se calcula el área también de cada uno y se suman, lo que nos da el área total.



Medidas.

$FD = 8$ cm..
$h_1 = 2,3$ cm..

$FC = 9$ cm..
$h_2 = 3,2$ cm..

$FB = 9,2$ cm..
$h_3 = 4$ cm..
$h_4 = 4,4$ cm..

$$\text{Área del } \Delta \text{ I} = \frac{FD \cdot h_1}{2} = \frac{\cancelto{4}{8} \cdot 2,3}{\cancelto{1}{2}} = 9,2 \text{ cm.}^2$$

$$\text{Área de } \Delta \text{ II} = \frac{FC \cdot h_2}{2} = \frac{9 \cdot 3,2}{2} = 14,4 \text{ cm.}^2$$

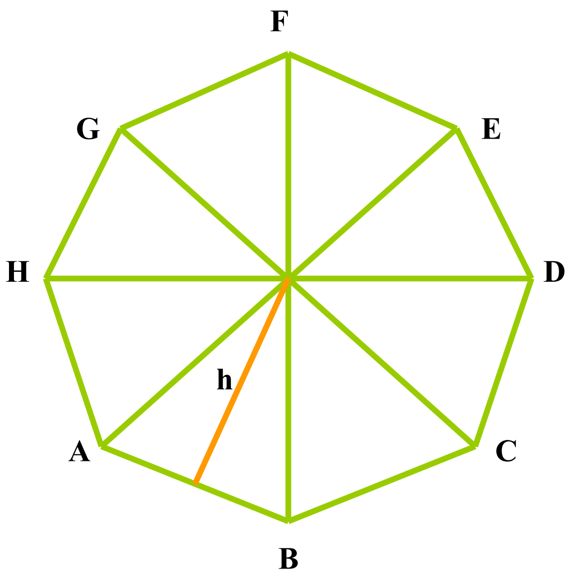
$$\text{Área del } \Delta \text{ III} = \frac{FB \cdot h_3}{2} = \frac{9,2 \cdot \cancelto{2}{4}}{\cancelto{1}{2}} = 18,4 \text{ cm.}^2$$

$$\text{Área del } \Delta \text{ IV} = \frac{FB \cdot h_4}{2} = \frac{9,2 \cdot \cancelto{2,2}{4,4}}{\cancelto{1}{2}} = 20,24 \text{ cm.}^2$$

$$\text{Área total} = 9,2 + 14,4 + 18.4 + 20,24 = 62,24 \text{ cm.}^2$$

CALCULO DEL ÁREA DE UN POLIGONO REGULAR.

En este caso, también se divide el polígono en triángulos, pero son todos isósceles y de la misma área. Se calcula el área de uno de ellos y ésta se multiplica por el número de triángulos en que se haya dividido el polígono.



En este caso, el área total del octógono regular sería: $\dfrac{AB \cdot h \cdot \cancel{8}^{\,4}}{\cancel{2}_{\,1}}$

Ejercicios:

1) **Calcular el área total de un pentágono regular cuyo lado mide 4 cm. y su h = 3cm.**

2) **Dibuja un hexágono regular y la altura de uno de sus triángulos según modelo.**

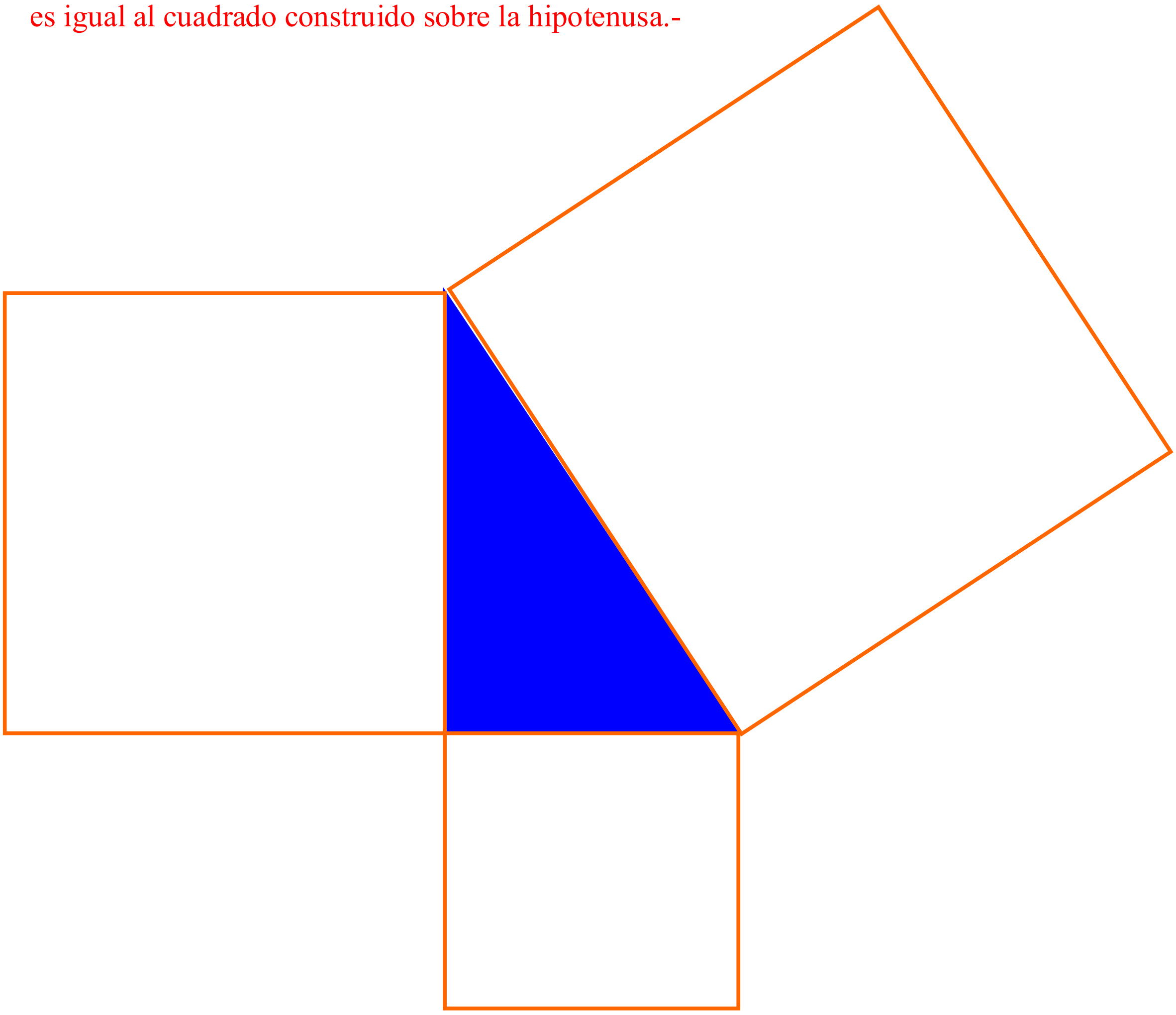
3) **Mide un lado y la altura y calcula el área total.**

4) **Calcula el perímetro del polígono del ejercicio anterior.**

TEOREMA PARTICULAR DE PITAGORAS.- (7^0 básico)

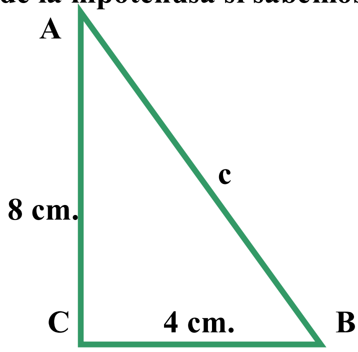
Def.-En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.

es igual al cuadrado construido sobre la hipotenusa.-



Ejemplo: Sea △ ABC, rectángulo en C. Calcula la m de la hipotenusa si sabemos que:

AC = 8 cm. ∧ CB = 4 cm..-



$c^2 = 4^2 + 8^2$

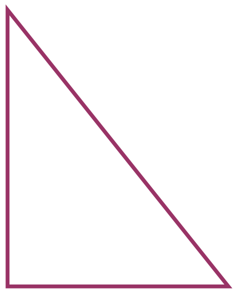
$c^2 = 16 + 64$

$c^2 = \underline{80} \quad / \sqrt{}$

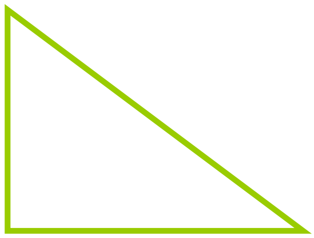
$c = \sqrt{80}$

Ejercicios:

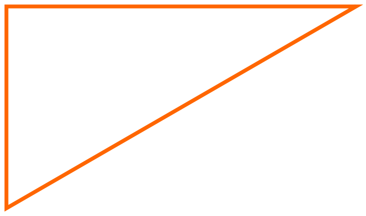
1) **Sea ABC triángulo rectángulo en C: $\overline{AC} = 6$ cm. y $\overline{BC} = 8$ cm.. Calcula $\overline{AB}$**



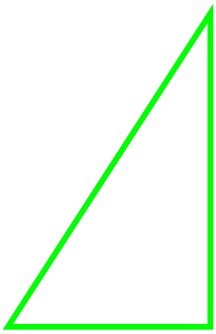
2) **Sea ABC triángulo rectángulo en C: c = 20 cm.; a = 12 cm.. Calcula b.**



3) **Sea ABC triángulo rectángulo en C. a = 5 cm.; c = 13 cm.. Calcula b**



4) **Sea ABC triángulo rectángulo en C. a = 7cm.; b = 9 cm. . Calcula c.**



5) En un triángulo rectángulo en C, calcula la m del lado que falta

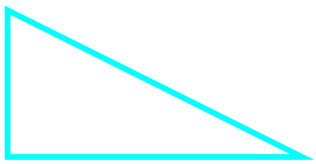
a = 8 cm.; c = 13 cm. Calcula b

b = 5 cm.; c = 12 cm. Calcula a

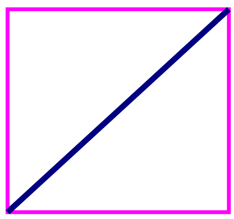
a = 4 cm.; b = 4 cm. Calcula c

a = 16 cm.; c = 20 cm. Calcula b

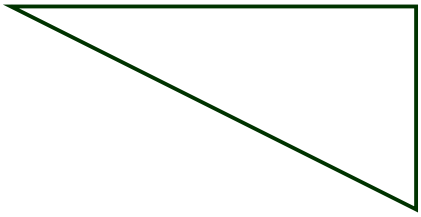
6) ¿Cuál es el P de un triángulo rectángulo dados a = 8 cm. y b = 5 cm.?



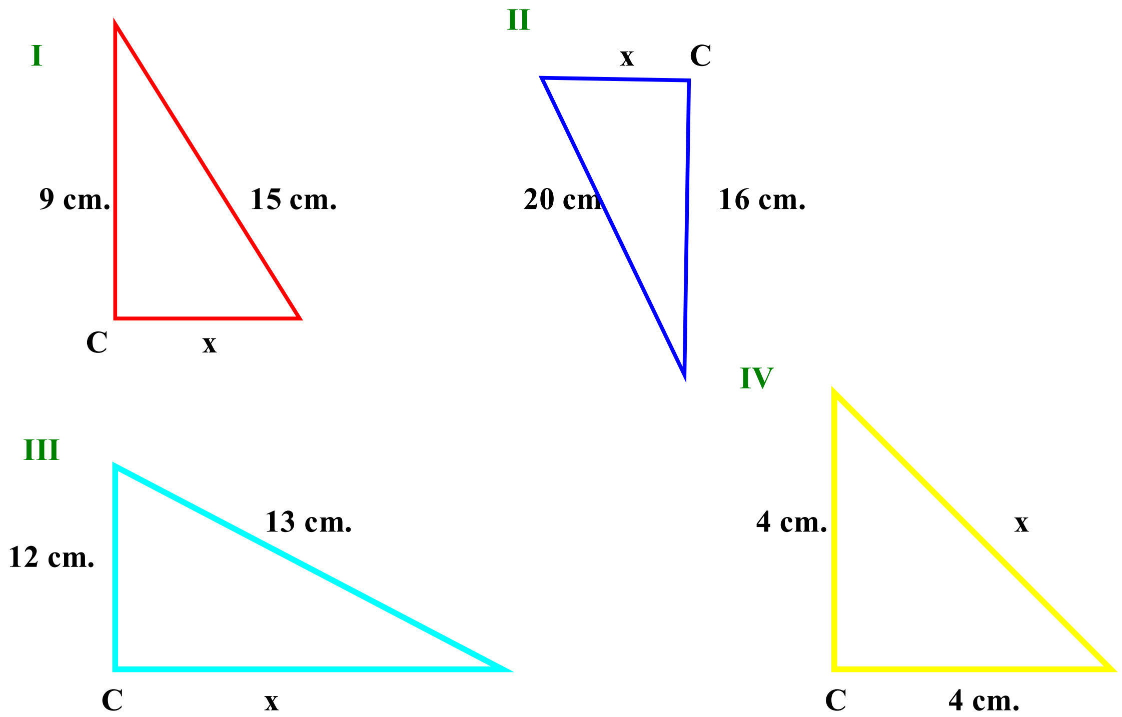
7) Calcula la diagonal de un cuadrado de lado 5 cm.



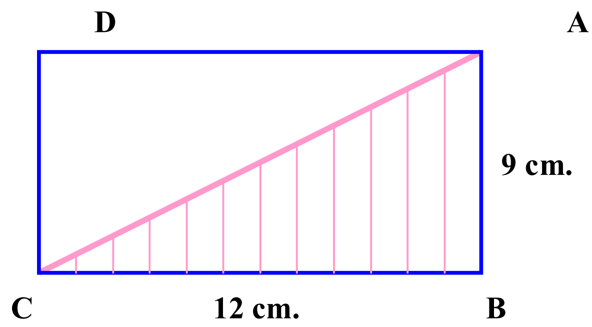
8) Sea ABC triángulo rectángulo en C. c = 10 cm.; a = 4 cm. ¿Cuánto mide b?



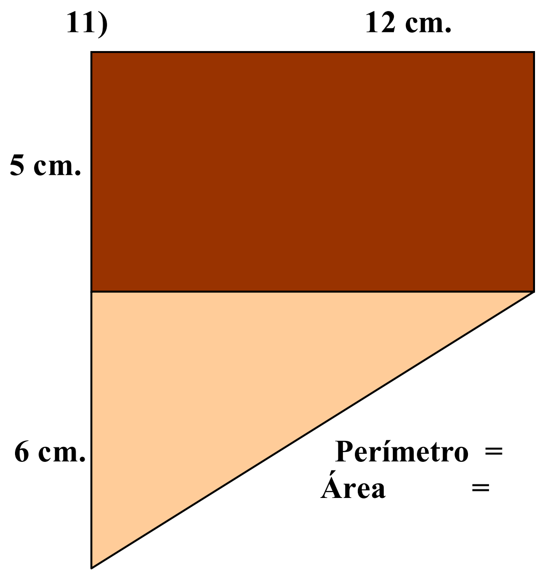
9) En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado que falta.-



10)Calcula el Perímetro y el Área de la figura achurada en el N^0 10 y en toda la N^0 11.-



Perímetro =
Área =



Perímetro =
Área =

CAPITULO VI CUADRILATEROS

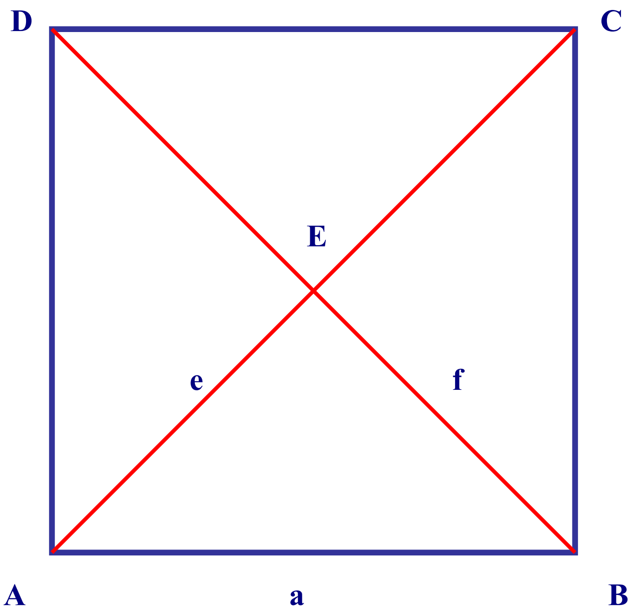
Def.- Son polígonos formados por la unión de cuatro segmentos de recta.

PARALELOGRAMOS.-

Def.- Son cuadriláteros que tienen 2 pares de lados paralelos.-

CUADRADO.-

Def.- Es un paralelógramo (#) que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos rectos.-



Perímetro = a + a + a+ a = $\boxed{4\,a}$ **Área = a · a = $\boxed{a^2}$**

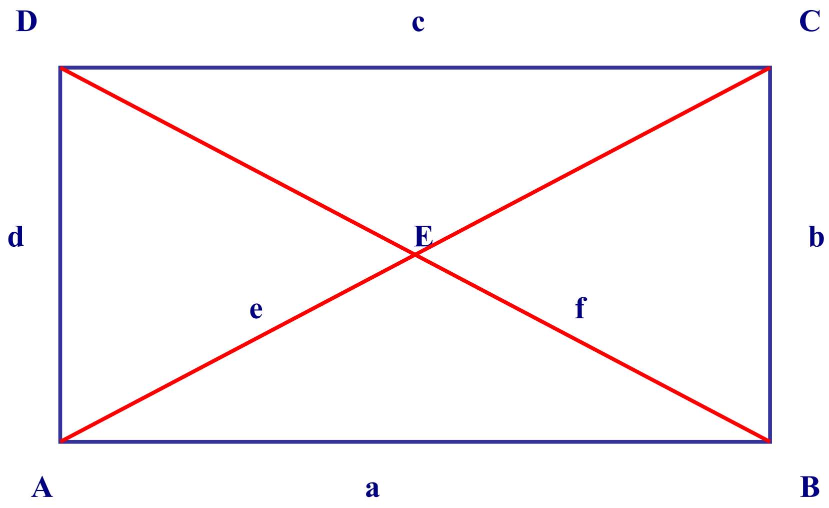
Def.- Diagonal de un polígono es el trazo que une dos vértices no consecutivos.

Propiedades de las diagonales de un cuadrado.

1) **Tienen la misma medida**
2) **Se dimidian (c/u divide a la otra en dos partes iguales)**
3) **Son bisectrices de los ángulos interiores**
4) **Se intersectan formando 4 ángulos rectos.**

RECTANGULO.-

Def.- **Es un paralelógramo que tiene lados paralelos e iguales de 2 en 2 y 4 ∠ rectos.-**



Perímetro $= a+b+c+d$; **pero** $a = c \wedge b = d$ $\boxed{P = 2(a+b)}$

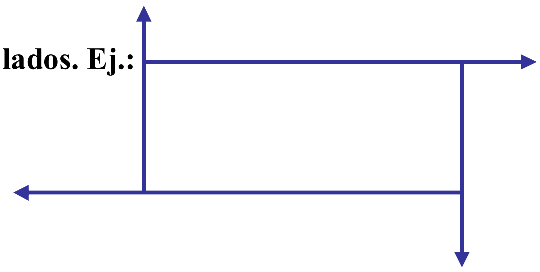
Área $=$ **largo · ancho** $\boxed{A = a \cdot b}$

Propiedades de las diagonales de un rectángulo.-

1) **Tienen igual medida**
2) **Se dimidian.**
3) **No son bisectrices de los ángulos interiores.**
4) **Se intersectan formando ángulos oblicuos (2 agudos y 2 obtusos)**

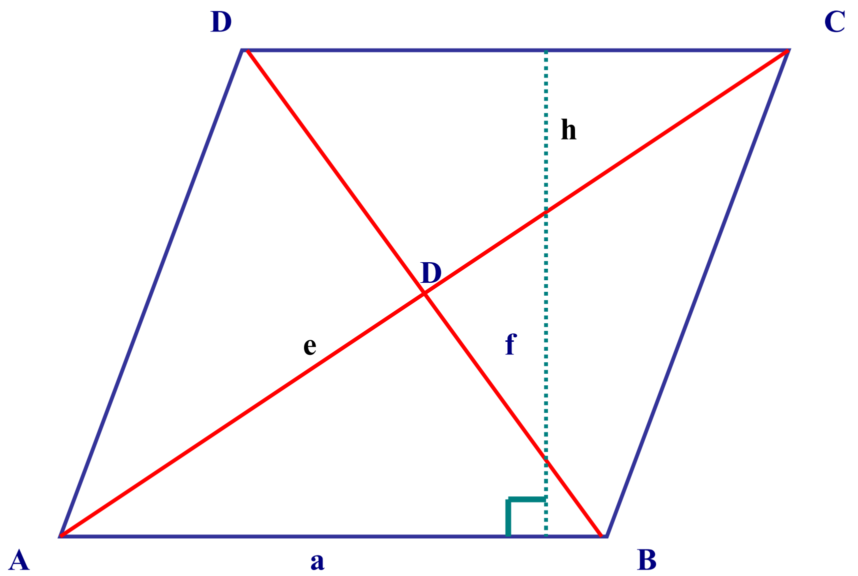
La suma de los ángulos interiores de todo paralelógramo es de 360º

Los ángulos exteriores de un (#) se forman alargando lados. Ej.:



ROMBO.-

Def.- **Es un paralelógramo que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos oblicuos,.**



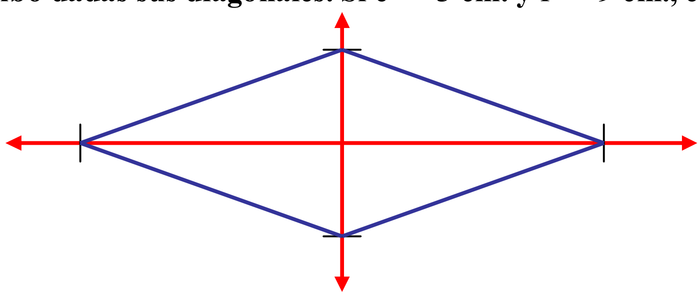
Perímetro: $a + a + a + a = \boxed{4a}$ **Área = base · altura =** $\boxed{a \cdot h}$

También el Área de un rombo puede calcularse multiplicando sus diagonales y dividiendo el producto por 2 . **Área =** $\boxed{\dfrac{e \cdot f}{2}}$

Propiedades de las diagonales del rombo.-

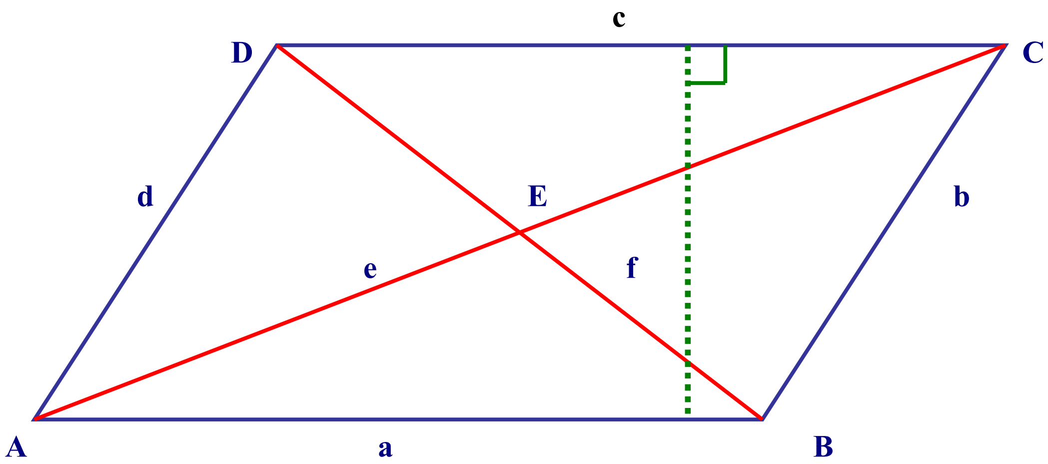
1) **Tienen distinta medida.**
2) **Se dimidian**
3) **Son bisectrices de los ángulos interiores.**
4) **Se intersectan formando 4 ángulos rectos.**

Construcción de un rombo dadas sus diagonales. Si e = 3 cm. y f = 9 cm., construir el rombo.



R0MBOIDE.-

Def.- Es un paralelógramo que tiene sus lados paralelos iguales y sus ángulos oblicuos.



Perímetro: (es el mismo caso del rectángulo) $\boxed{P = 2(a+b)}$

Área: (base multiplicada por altura) $\boxed{A = b \cdot h}$

Propiedades de las diagonales del romboide.-

1) **Tienen distinta medida.**
2) **Se dimidian**
3) **No son bisectrices de los ángulos interiores.**
4) **Se intersectan formando ángulos oblicuos.**

TRAPECIOS.-

Def.. Son cuadriláteros que tienen un par de lados paralelos.-

Perímetros: Para todos ellos, el Perímetro se calcula sumando los lados $\boxed{P = a + b + c + d}$

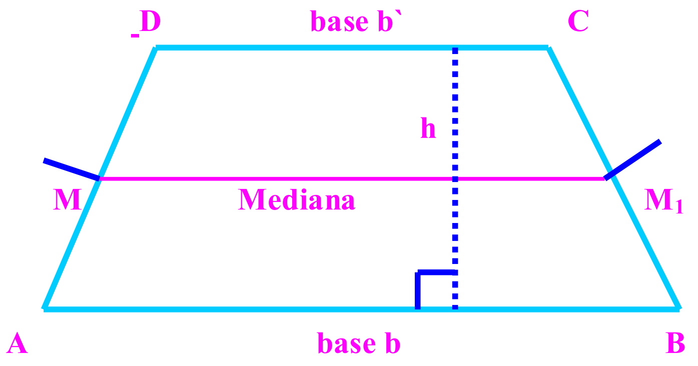
Áreas: Para todos ellos el Área se calcula multiplicando la semisuma de las bases por la altura.

$$\boxed{A = \frac{b + b'}{2} \cdot h} \quad \text{o bien} \quad \boxed{\text{Mediana} \cdot \text{altura}}$$

TRAPECIO ISOSCELES.-

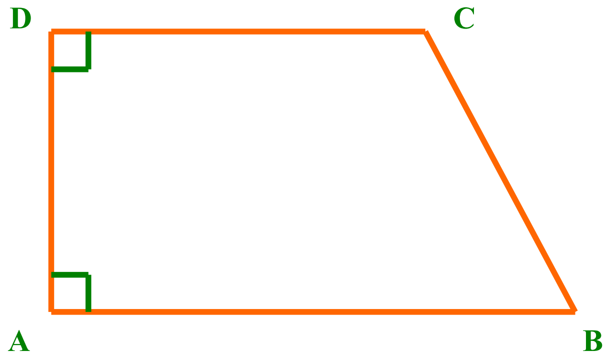
Tiene los lados no paralelos iguales.-

La altura de un trapecio se define como el segmento trazado perpendicularmente entre los lados paralelos.



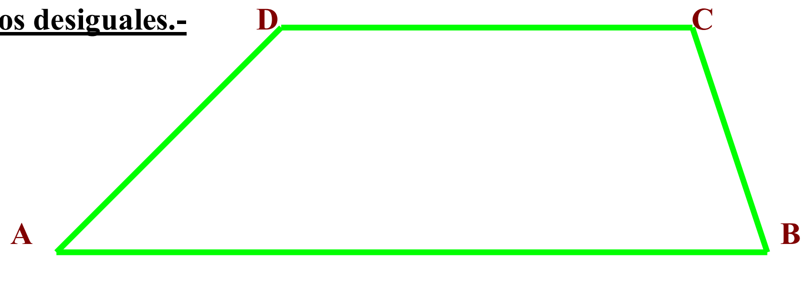
TRAPECIO RECTÁNGULO.-

Tiene 2 ángulos rectos.-



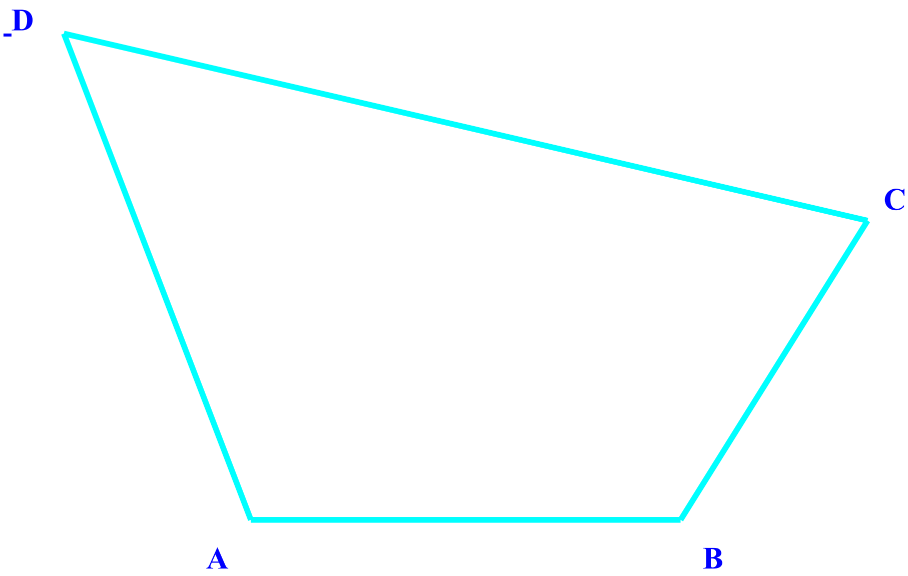
TRAPECIO ESCALENO.-

Tiene los lados no paralelos desiguales.-

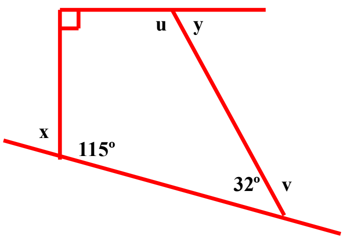
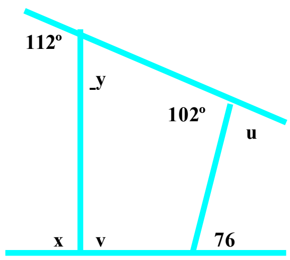
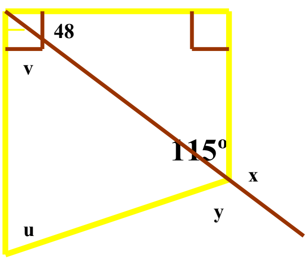
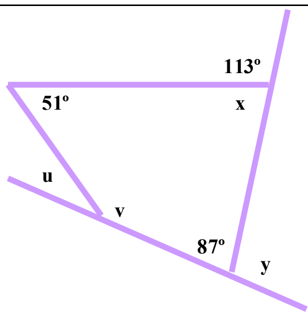


TRAPEZOIDE.-

Def.- Es un cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.-

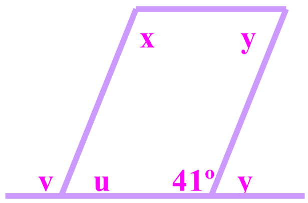


MEDIDAS DE ANGULOS DE UN CUADRILATERO.-

1)  x = ______ y = ______ u = ______ v = ______	**2)**  x = ______ y = ______ u = ______ v = ______
3)  x = ______ y = ______ u = ______ v = ______	**4)**  x = ______ y = ______ u = ______ v = ______

Ángulos en paralelógramos.- **Calcular x, y, u, v en cada figura.-**

1)



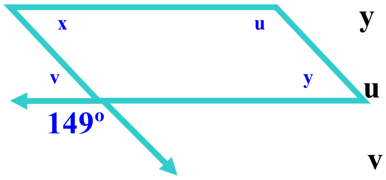
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

2)



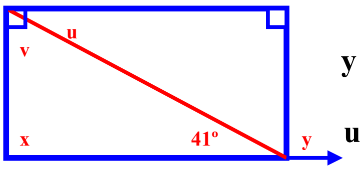
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

3)



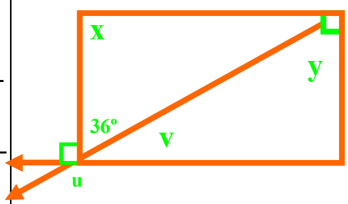
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

4)



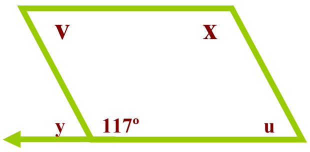
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

5)



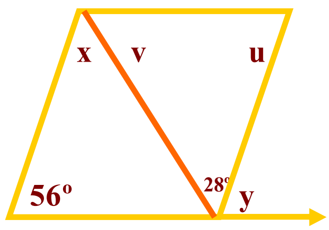
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

6)



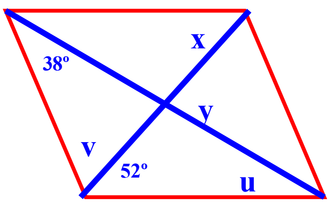
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

7)



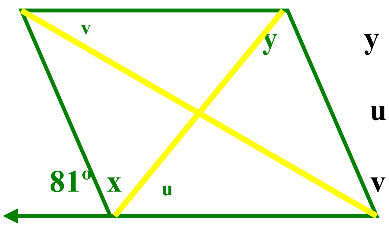
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

8)



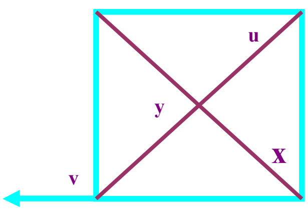
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

9)



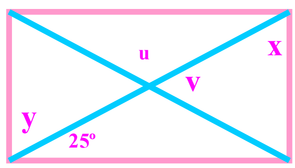
x = ______

y = ______

u = ______

v = ______

10)



x = ______

y = ______

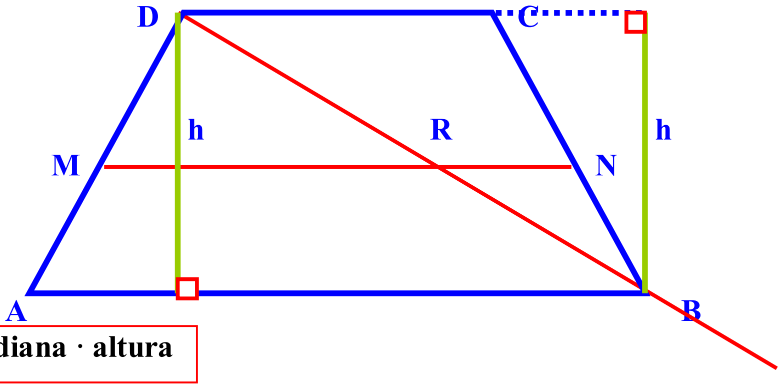
u = ______

v = ______

Mediana de un trapecio.-

En la figura ABCD es un trapecio de bases AB y CD. MN es la mediana y R es el punto de intersección de la diagonal BD y la mediana MN. La diagonal origina los Δ ABD y DBC.

El Área de esos Δ es:



I $\Delta ABD = \dfrac{AB \cdot h}{2}$

II $\Delta DBC = \dfrac{DB \cdot h}{2}$

III $\Delta ABD + \Delta DBC =$

$\dfrac{h\,(AB + DB)}{2} =$

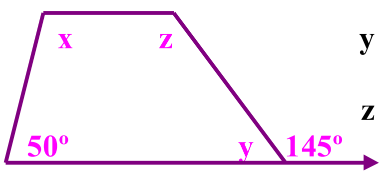
Área del trapecio = Mediana · altura

Completa la tabla con las medidas indicadas en cm..-

m(AB)	m(CD)	m(MN)	m(MR)	m(RN)
38	22			
			15	9
	20		16	
M(AB)	M(CD)	M(h)	Área (ABCD)	-----------
52	46	20		
46	54	36		
19	15	9,2		
15	9	10		
32	18,4	23,5		
60	43	35		

Ángulos interiores y exteriores de un trapecio.-

1)

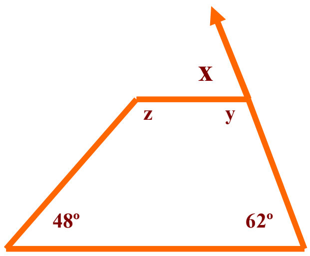


x = ________

y = ________

z = ________

2)

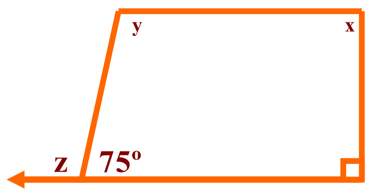


x = ________

y = ________

z = ________

1)



x = ________

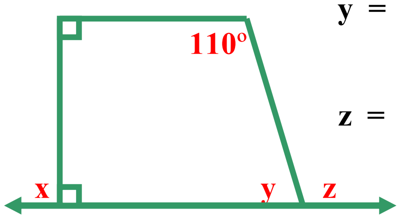
y = ________

z = ________

2)

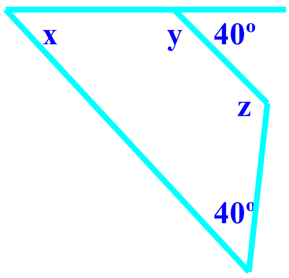
x = ________

y = ________



z = ________

3)

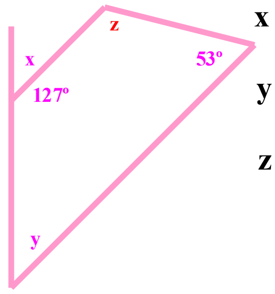


xx = ________

y = ________

z = ________

4)



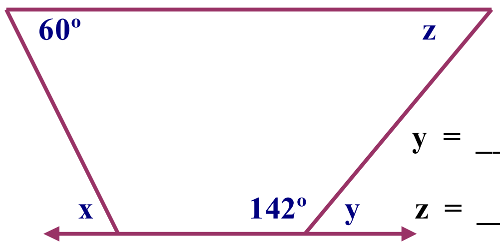
x = ________

y = ________

z = ________

5)

x = ________

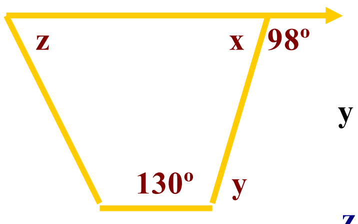


y = ________

z = ________

6)

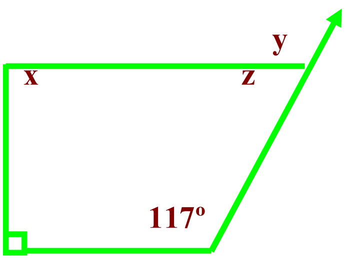
x = ________



y = ________

z = ________

7)

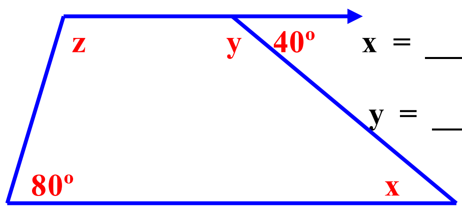


x = ________

y = ________

z = ________

8)



x = ________

y = ________

z = ________

CUADRILATEROS

Polígonos de 4 lados

PARALELOGRAMOS

Son cuadriláteros que tienen 2 pares de lados //

- **CUADRADO** (# que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos rectos)
- **RECTANGULO** (# que tiene sus lados contiguos desiguales y sus angulos rectos)
- **ROMBO** (# que tiene sus 4 lados iguales y sus ángulos oblicuos)
- **ROMBOIDE** (# que tiene sus lados contiguos desiguales y sus ángulos oblicuos)

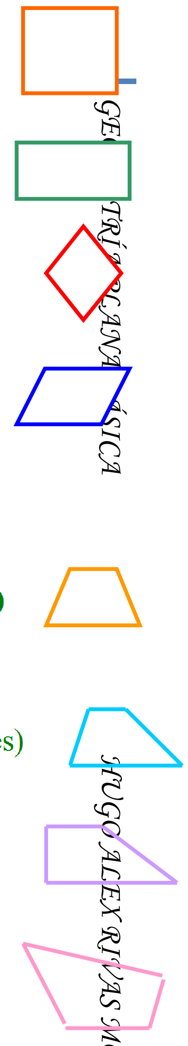
TRAPECIOS

Son cuadriláteros que tienen un par de lados //

- **TRAP.ISÓSCELES** (tiene sus lados no // iguales)
- **TRAP. ESCALENO** (tiene sus lados no // desiguales)
- **TRAP. RECTÁNGULO** (tiene 2 ángulos rectos)

TRAPEZOIDE

Cuadrilátero que no tiene ningún par de lados //

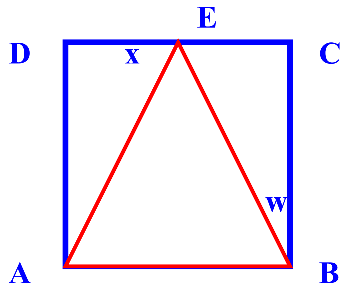


EJERCICIOS YCUESTIONARIOS.-

1) **Calcula la m∠ x si: ABCD es un cuadrado**

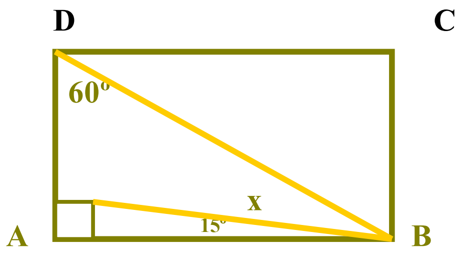
Δ ABE es isósceles

m ∠ w = 25º



2) **Calcula m∠ x si: ABCD es un rectángulo**

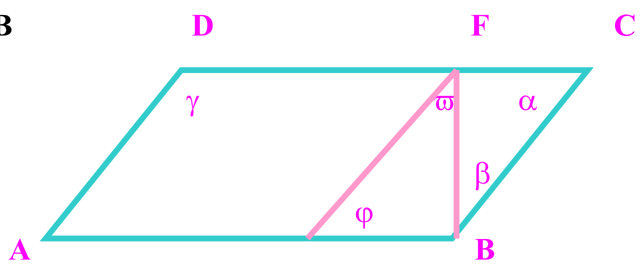
DB su diagonal.



3) **En el romboide ABCD: FC ≅ FB**
EF // AD
FB ⊥ AB

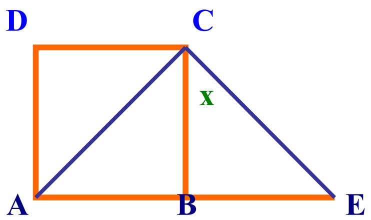
Calcula;

m∠α =
m∠β =
m∠ω =
m∠φ =
m∠γ =



4) **Sea ABCD un cuadrado: AC ≅ CE**

Calcula m∠ x

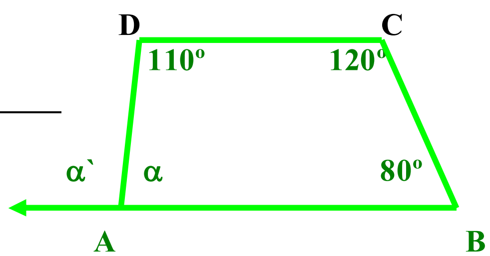


5) **Sea ABCD un trapecio:**

DC = 3 cm. y AB = 5cm.

Entonces la mediana del trapecio mide______

Calcular mα = mα` =



CUESTIONARIO

Responde las siguientes preguntas:

1) **¿Qué nombre recibe cualquier figura de 4 lados? ___________________**

2) **¿Qué nombre recibe un cuadrilátero que tiene 2 pares de lados // y ≅?_____________**

3) **¿Qué nombre recibe el cuadrilátero que sólo tiene 1 par de lados //?________________**

4) **¿Cuántos grados suman las medidas de todos los ángulos interiores de 1 cuadrilátero?**

5) **¿Cuántos grados suman las m de todos los ∠ interiores de un trapecio?____________**

6) **Atendiendo a su longitud ¿Cómo son entre sí los lados opuestos de un #?____________**

7) **Atendiendo a sus medidas ¿Cómo son entre si los ∠ opuestos de 1 #?_______________**

8) **¿Qué relación se cumple para los ∠ adyacentes en todo #?_______________________**

9) **¿Qué relación se cumple para las diagonales en todo #?_________________________**

10) **Nombra todos los # ____**

11) **Escribe 2 características de las diagonales del cuadrado _________________________**

12) **¿Qué clase de ∠ determinan en el rectángulo sus diagonales?_____________________**

13) **Escribe 3 semejanzas entre el cuadrado y el rombo (aparte de tener 4 lados y 2 diagonales____**

14) **Describe el romboide ____**

15) Clasifica los trapecios. Elige uno de ellos y descríbelo____________________________

16) ¿Cómo se determina la mediana de un trapecio? (Nos están dando las medidas de sus bases)____

17) Construye un romboide cuyo ángulo agudo mide 60º, su lado mayor mide 6cm. y el menor mide 4 cm.. (No olvides leyenda).

Problemas.-

Calcular el Área y el Perímetro de cada uno de los rectángulos propuestos:

A) 1.- Largo = 5 cm.; ancho = 6 cm.

2.- Largo = 0,8 m ancho = 2,3 m

3).- Largo = ¾ dm ancho = ½ dm

B) Calcular el Área de cada uno de los cuadrados propuestos:

1.- m = 3 mm 2.- n = 9 cm. 3.- s = 5 m

C) A continuación se dan la base y la altura de algunos #. Calcular el Área de ellos.

1.- a = 3 cm. 2.- a = 2,7 m 3.- a = 3¼ m

b = 6 cm. b = 4,5 m 4.- a = ¾ m

D) a = base inferior del trapecio; b = base superior; c = altura del trapecio-

Calcular el Área de los siguientes trapecios:

1) a = 4 cm.; b = 3 cm.; c = 2 cm.; 2) a = 8 m; b = 6 m; c = 7 m.

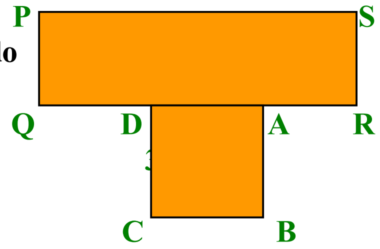
CAPITULO VII

CALCULO DE ÁREAS Y PERIMETROS DE CUADRILATEROS ACHURADOS

I En la figura, PQRS es un rectángulo y ABCD un cuadrado

A del ▭ = 90 cm.^{2} ; A del □ = 36 cm.^{2}

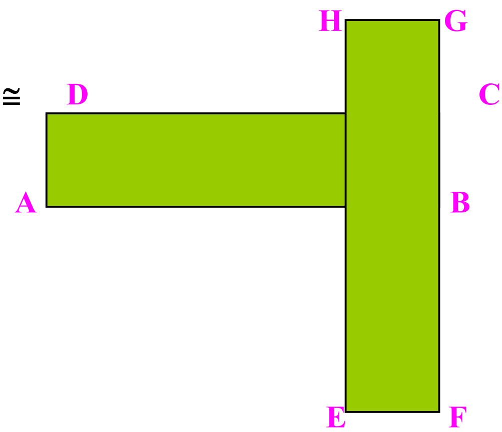
¿Cuánto mide el P de la figura sombreada?



II En la figura, los rectángulos ABCD y EFGH son ≅

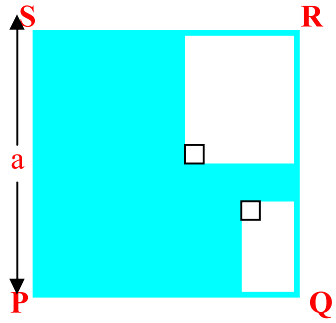
Sus lados miden 2 cm. y 13 cm. respectivamente.

¿Cuál es el Área de la superficie coloreada?



III En la figura, PQRS es un cuadrado de lado a.

El P de la parte sombreada es,

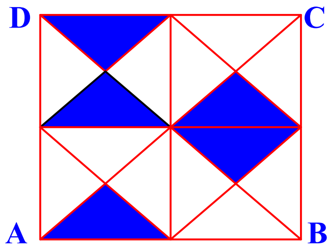


IV En la figura se han unido los puntos medios

de los lados del cuadrado y se han dibujado

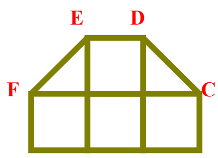
las diagonales de los cuadrados menores.

¿Qué parte del total representa la parte sombrea

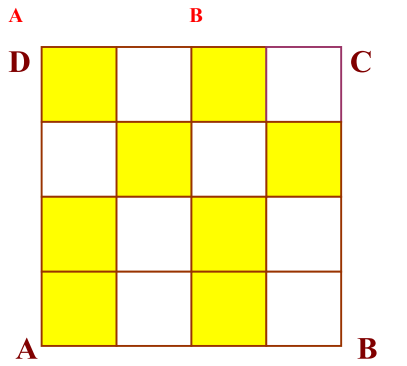


V En la figura hay 4 cuadrados ≅ de lado a.

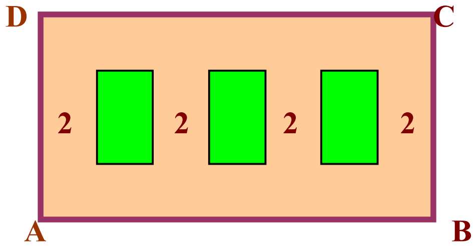
El P de la figura ABCDEFA es:



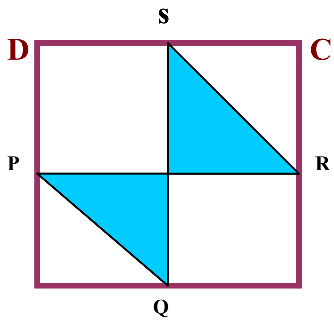
VI El cuadrado de la figura se ha dividido en cuadrados menores de 1 cm. de lado. ¿Qué porcentaje del cuadrado mayor es la parte sombreada?



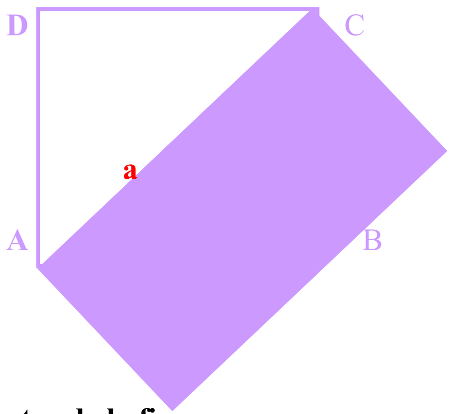
VII Los rectángulos I, II, III, son ≅ y de lados //. Distan 2 cm. entre sí y a los lados del rectángulo ABCD. AB = 41cm. AD = 24 cm.. El Área sombreada mide,

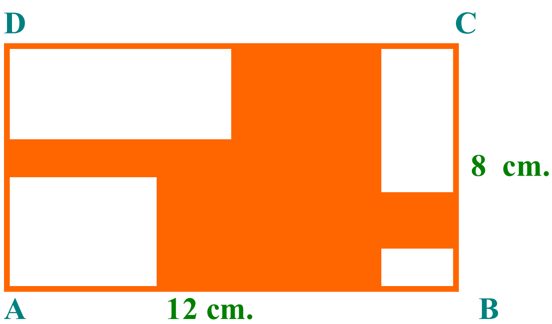


VIII PQRS son los puntos medios del cuadrado de lado a de la figura. El P de la parte sombreada mide,



IX Sobre la diagonal del cuadrado ABCD de lado a, se ha dibujado un rectángulo. El P de la parte sombreada es,



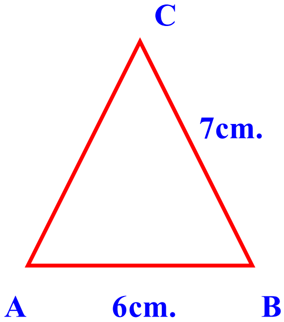


X El perímetro de la figura inscrita en el rectángulo mide,

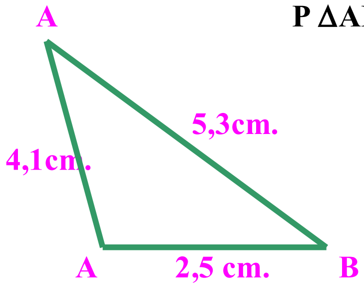
Calcular el Perímetro de las siguientes figuras:

1) Δ ABC isósceles

P Δ ABC =



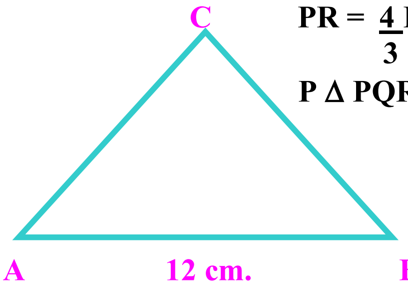
2) P ΔABC =



3) Δ PQR isósceles

PR = $\frac{4}{3}$ PQ

P Δ PQR =



4) ABCD #

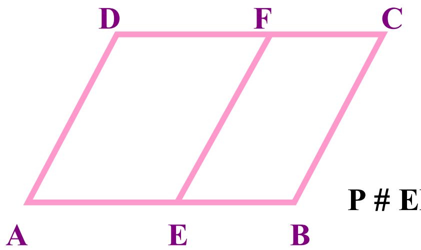
EF // BC

AE = 10cm.

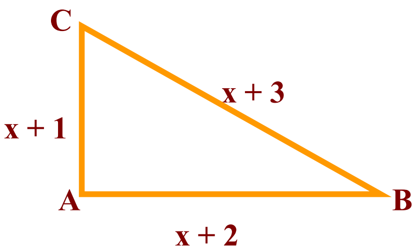
BC = 6 cm.

DC = 15 cm.

P # EBCF =



P Δ ABC = 36 cm.. Clasifica el Δ si 5)



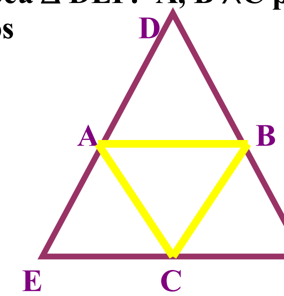
6) Sea Δ DEF.- A, B $\wedge$C puntos medios de los lados

AB = 8 cm.

BC = 6 cm.

AC = 4 cm.

P Δ EFD =



Calcula el A de las siguientes figuras:

1) De un cuadrado de lado a) a = 5cm. b) a = 1,5 cm. c) a = 0,8 cm.

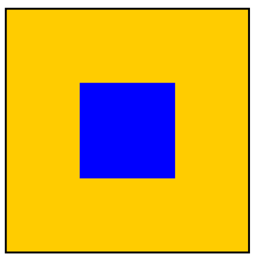
$A_{\square}$ = $A_{\square}$ = $A_{\square}$ =

d) a = $\frac{2}{3}$ cm. e) a = $\frac{4}{5}$ m f) a = $\frac{3}{4}$ m

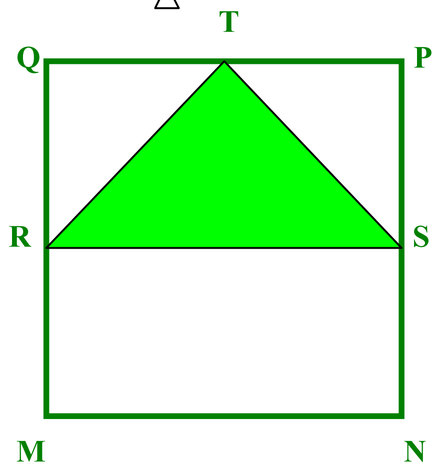
$A_{\square}$ = $A_{\square}$ = $A_{\square}$ =

2) Calcular el A amarilla si ABCD y EFGH son cuadrados de 8cm. y 4 cm. de lado respectivamente

8 cm

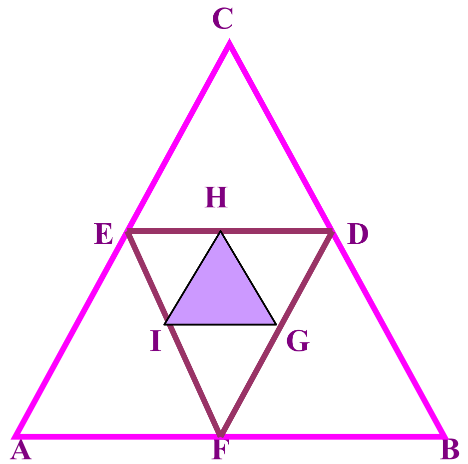


1) En el cuadrado MNPQ, S ∧ T son puntos medios de sus lados. ¿Qué parte del Área del cuadrado es el Área del △ RST?

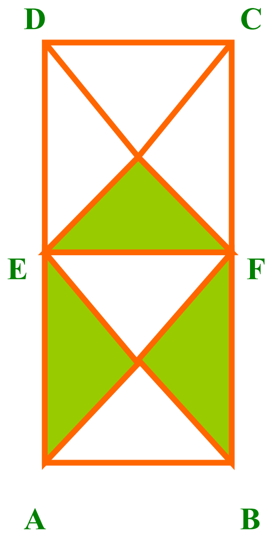


A) $\frac{1}{8}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **C)** $\frac{3}{8}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $\frac{1}{4}$

2) En el Δ ABC se trazaron las medianas EF, FD ∧ ED. En el Δ FDE se trazaron las medianas IG, GH ∧ HI ¿Qué fracción del Área del Δ ABC es el Área del Δ IGH?



A) $\frac{1}{8}$ **B)** $\frac{1}{12}$ **C)** $\frac{1}{16}$ **D)** $\frac{1}{4}$ **E) N.A.**



3) ¿A qué fracción corresponde el área achurada de la figura?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{3}{16}$ **C)** $\frac{3}{4}$ **D)** $\frac{3}{8}$ **E** $\frac{1}{4}$

CAPITULO VIII

FORMA DE REALIZAR PROBLEMAS SOBRE POLIGONOS.- Y REPASO SOBRE CUADRILÁTEROS.

Graficar un hexágono regular de lado 6cm. y obtener:

a) **Angulo del centro.**

b) **Angulo interior.**

c) **Angulo exterior.**

d) **Radio de la circunferencia**

e) **Apotema**

f) **Longitud de la diagonal.**

Solución de a)

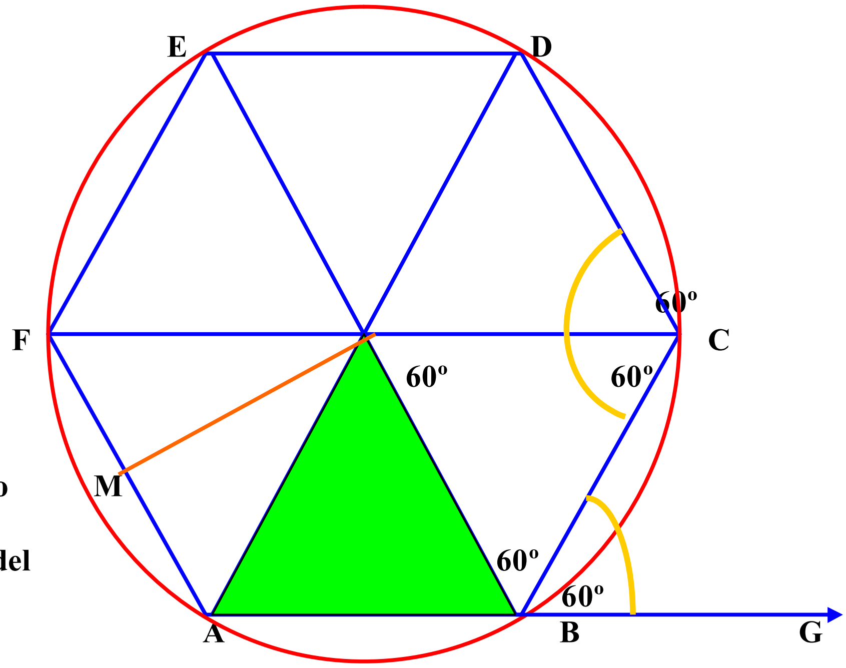
Como se trata de un hexágono regular, sabemos que el polígono tiene 6 lados iguales. Por lo tanto los 360º de la circunferencia correspondiente los dividimos por 6, lo que nos proporciona un ángulo del centro (o ángulo fundamental) de 360 : 6 = 60º.

En la misma forma se calcula para cualquier otro polígono, conociendo el Nº de lados.

Solución de b) y c)

Vemos que el ∠ interior mide 120º, uniendo 2 ∠ basales de los triángulos.

El ∠ exterior CBG se forma con el lado de 1 Δ y la prolongación del lado adyacente y es ≅ con el ∠ del centro.

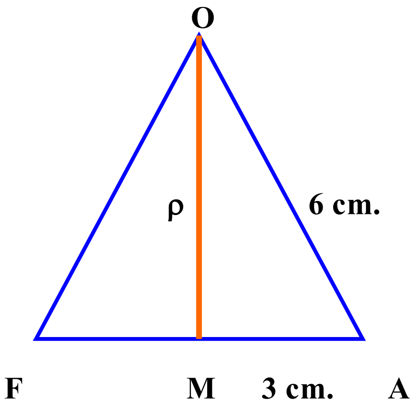


Solución de d)

En este caso, el radio de la circunferencia está dado, ya que es igual al lado y este mide 6 cm..

Solución de e)

La apotema es la perpendicular bajada desde el centro de la circunferencia al lado del triángulo. Para calcular su magnitud, usamos el teorema de Pitágoras



$$\rho^2 + 3^2 = 6^2$$

$$\rho^2 = 36 - 9$$

$$\rho^2 = 27 \;/\; \sqrt{}$$

$$\rho = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9}$$

$$\rho = 3 \cdot \sqrt{3} \text{ cm.}$$

Es la longitud del apotema

Solución de f)

La longitud de la diagonal se calcula ....

PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS.

1) La suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono = $180^{\circ} \cdot (n - 2)$

2) La suma de las medidas de los ángulos exteriores de un polígono = 360°

3) El número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un polígono de n lados es $n - 3$.

4) El número total de diagonales que se pueden trazar en un polígono de n lados es

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS REGULARES.

1) **Cada ángulo interior de un polígono regular de n lados mide:**

$$\angle \text{interior} = \frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}$$

2) **Cada ángulo exterior de un polígono regular de n lados mide:**

$$\angle \text{exterior} = \frac{360^\circ}{n}$$

3) **A todo polígono regular se le puede inscribir y circunscribir una circunferencia.**

4) **El ángulo del centro es congruente con el ángulo exterior.**

5) **La suma de los ángulos basales del triángulo fundamental equivale al $\angle$ interior.**

CALCULO DE LOS LADOS DE LOS POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS EN FUNCIÓN DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA.

En el cálculo se usarán las siguientes abreviaturas:

n = número de lados de un polígono regular.

l_n = lado del polígono regular inscrito de n lados

ρ_n = apotema del polígono inscrito (es la $\perp$ desde el centro de la circunferencia, al lado del polígono inscrito.. Cae en el punto medio del lado).

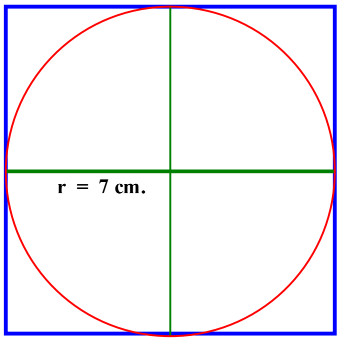
P_n = perímetro del polígono regular inscrito de n lados

Ejercicio I

Calcular el lado del cuadrado inscrito en función del radio r de la circunferencia

Construcción:

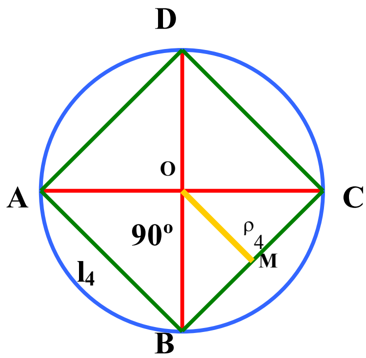
Dibujamos una circunferencia y dos diámetros perpendicular. Luego las tangentes a dichos diámetros. Si r = 7 cm., el lado mide 14 cm. ya que d = 2r



Ejercicio II Calcular el lado del cuadrado inscrito en función de el radio de la circunferencia circunscrita.

Construcción: Se trazan dos diámetros perpendiculares y se unen sus extremos. El Δ fundamental AOB del cuadrado es Δ rectángulo isósceles. Luego resulta: AB = l_4

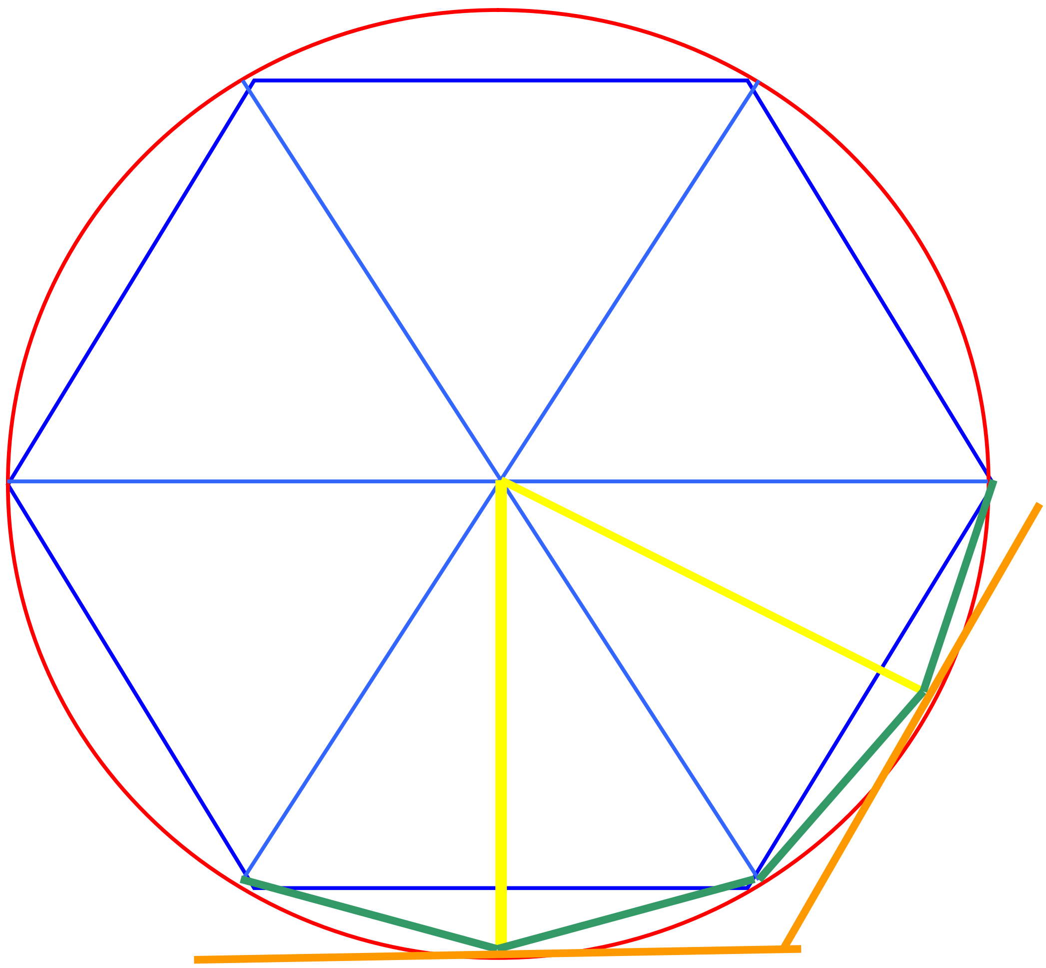
Dependiendo de la medida del radio y aplicando el Teorema de Pitágoras, se puede calcular la medida del lado.



II.- Calcular el lado l_6 (lado del hexágono inscrito)

Construcción:

A partir del punto a de la circunferencia se aplica el radio como cuerda. El Δ fundamental del hexágono es Δ equilátero, o sea α = 60º. Luego AB = l_6 y como AB = OA = r, resulta que l_6 = r (es decir, el lado es igual al radio) En este mismo hexágono construiremos un polígono de 12 lados y un polígono circunscrito a la misma circunferencia del primero.

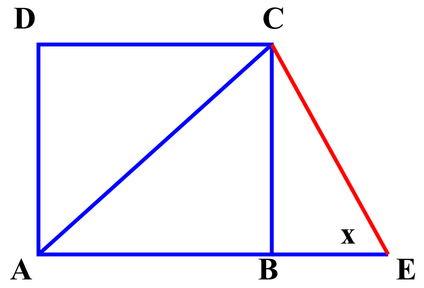


Como se puede ver en el dibujo, si queremos un polígono que tenga el doble de lados que el original, basta prolongar la apotema hasta intersectar la circunferencia y luego unir ese punto con cada uno de los vértices del triángulo escogido.

Si queremos un polígono exinscrito, con el mismo número de lados que el original, basta también prolongar la apotema hasta la circunferencia y el punto de intersección, sería el punto de tangencia para una tangente trazada entre las prolongaciones de los lados del triángulo original. Esto se repite cuantas veces sea necesario hasta completar la figura.

Ejercicios:

1) **En el cuadrado ABCD de la figura adjunta, AE = AC. ¿Cuánto mide el ángulo x?**



A) 45º

B) 60º

C) 67,5

D) 70º

E) 75º

2) **¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un octógono?**

A) 8

B) 20

C) 40

D) 16

E) 24

3) **El ángulo interior de un polígono regular mide 144º. ¿Qué polígono regular es?**

A) Eneágono

B) Octógono

C) Decágono

D) Heptágono

E) Dodecágono

4) **¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para todos los paralelogramos.**

A) Los ángulos contiguos son complementarios

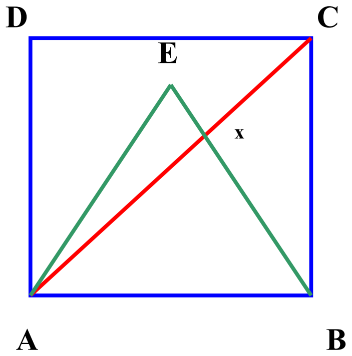
B) Las diagonales son congruentes

C) **Los ángulos opuestos son suplementarios.**

D) **Las bisectrices son perpendiculares**

E) **Las diagonales se dimidian.**

5) **En la figura, ABCD es un cuadrado. AC es diagonal y el triángulo ABE es equilátero. La medida del ángulo x es:**



A) **60º**

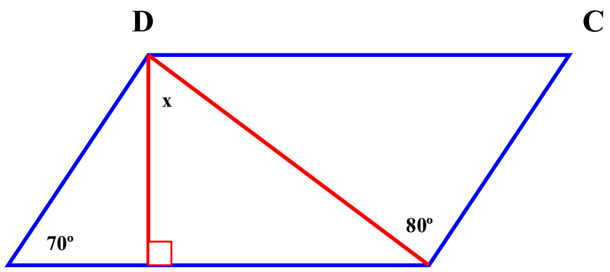
B) **67,5º**

C) **75º**

D) **90º**

E) **105º**

6) **En la figura adjunta, ABCD es un paralelogramo. Con los datos indicados, la medida del ángulo x es:**



60º

80º

30º

40º

50º

7) **¿Cuáles de las siguientes propiedades se cumplen en un paralelogramo cualquiera?**

I Sus lados opuestos son congruentes

II Sus ángulos opuestos son congruentes

III Sus diagonales son congruentes

IV Sus diagonales son bisectrices de los ángulos interiores

A) Sólo II; B) Sólo I y II; C) Sólo I, II y III; D) Sólo I, II y IV E) I, II, III y IV.

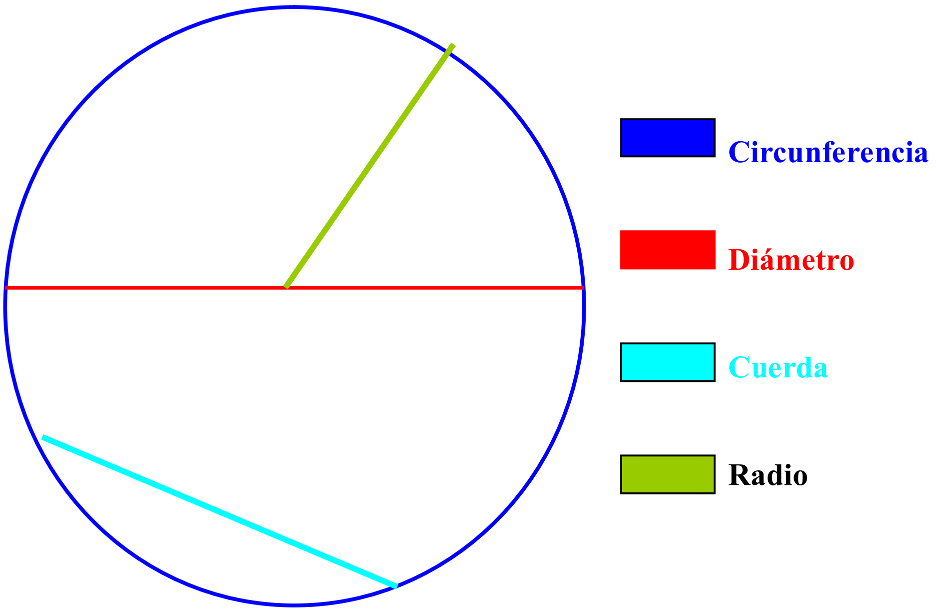
CAPITULO IX LA CIRCUNFERENCIA Y EL CIRCULO.-

Def.- **La Circunferencia es un conjunto infinito de puntos y todos ellos equidistan del punto llamado Centro.-**

Para calcular el Perímetro de la circunferencia debemos conocer primero el significado de π.-

Def: π es el número de veces que el diámetro cabe en la ⊙ estirada y vale 3,1416...........

$\boxed{P_O = 2 \cdot \pi \cdot r}$ **o bien** $\boxed{P_O = \pi \cdot d}$

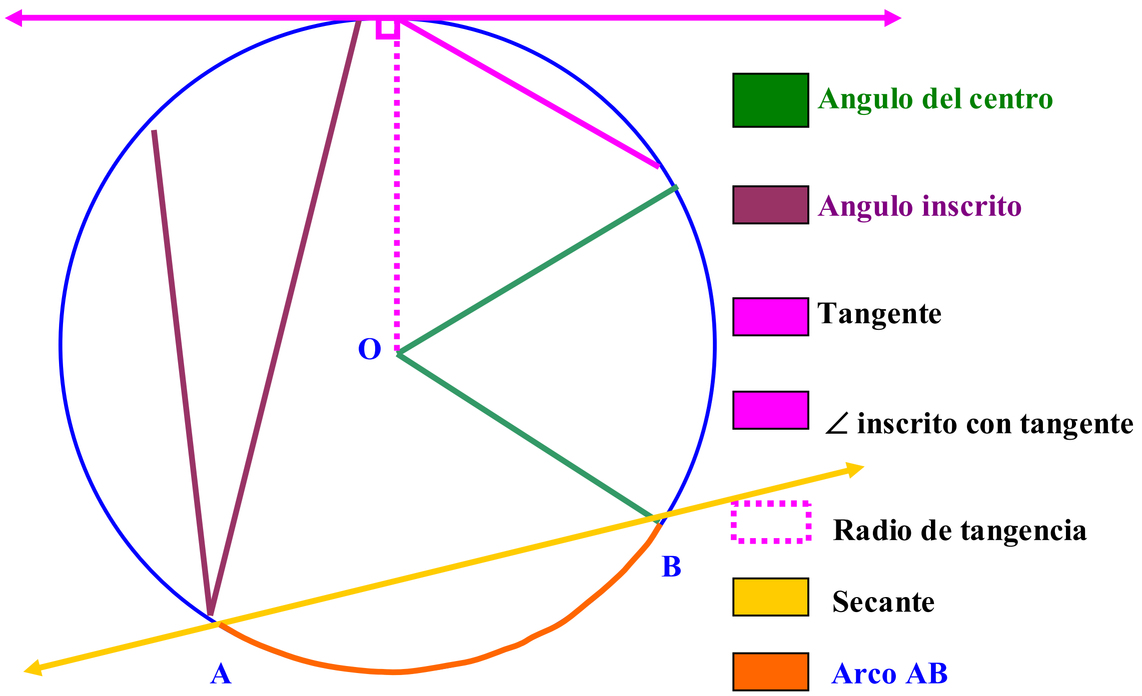


Def.- Radio : es un segmento de recta que une el punto centro con un punto cualquiera de la Circunferencia.

Def.- Cuerda: es un segmento de recta que une dos puntos cualquiera de la circunferencia.

Def.- Diámetro: es la mayor cuerda. Une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. Un diámetro = 2 radios.

La Circunferencia y sus elementos.-



Def.- Angulo del centro: es el ángulo formado por 2 radios de la misma circunferencia.-

Def.- Angulo Inscrito: a) es el ángulo formado por 2 cuerdas que parten de un mismo punto de la circunferencia. b) es 1 ∠ formado por una cuerda y una tangente.

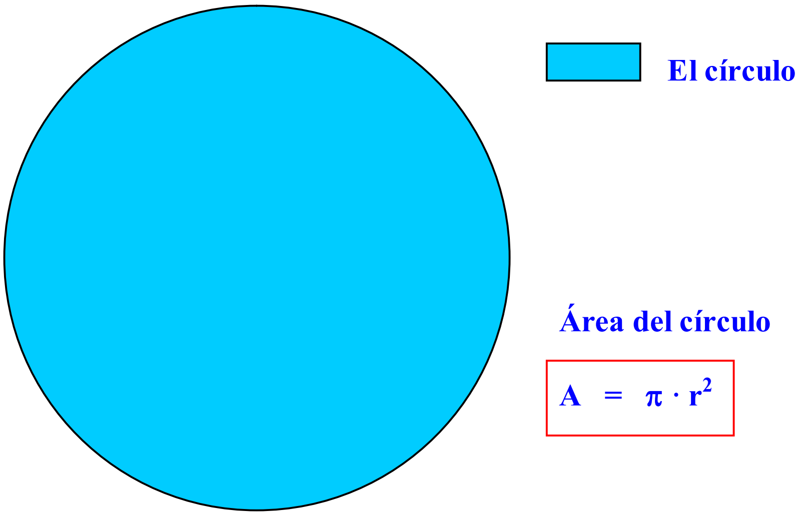
Def.- Tangente: es una recta que intersecta a la circunferencia en un punto, llamado punto de tangencia. La tangente es perpendicular al radio de tangencia.

Def.- Secante: es una recta que intersecta a la circunferencia en 2 puntos.

Def.- Arco: es un segmento de circunferencia comprendido entre 2 puntos de ella.

Def.- Semi-circunferencia. es un arco igual a la mitad de la circunferencia.

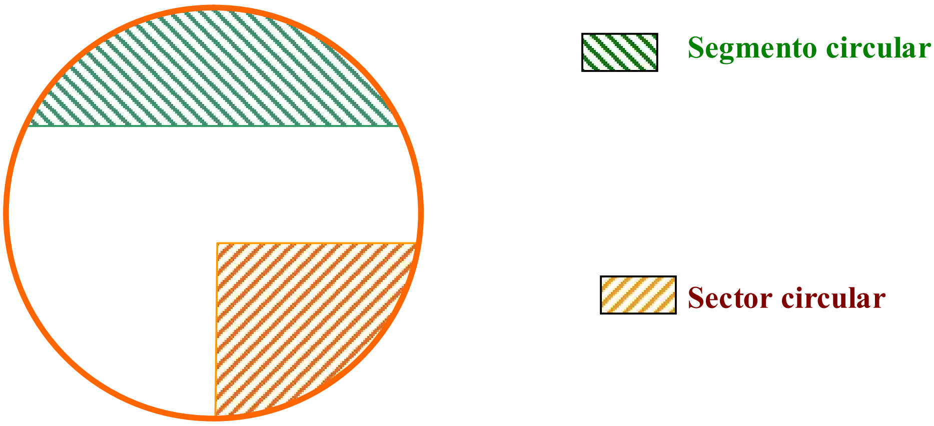
El Círculo y sus elementos.-



Área del círculo

$$A = \pi \cdot r^2$$

Def.- Círculo: Es la región interior del plano limitado por la circunferencia, la cual es la frontera separadora de la región interior y exterior.



Def.- Segmento circular: es una parte del círculo limitada por una cuerda y un arco.

Def.- Semi-círculo: es la mitad del círculo, limitado por una semi-circunferencia y un diámetro.

Def.- Sector circular: es una parte del círculo limitada por 2 radios y un arco.

Ejercicios con respecto al Círculo y a la Circunferencia

Se recomienda utilizar este ejercicio como trabajo de grupo. (Se ha considerado . $\pi = 3{,}14$)

1) Dada una ⊙ (O, 8cm.) calcula:

Esta abreviatura se lee: dada una ⊙ (circunferencia) de centro O y radio 8 centimetros…

a) **La longitud de la ⊙ (su perímetro)**

b) **El círculo (su Área)**

c) **El semiperímetro**

d) **El semicírculo**

2) Dadas 2 ⊙, una de radio 3 cm. y otra de r = 6 cm. indica:

a) **El P de la ⊙ de mayor radio**

b) **El P de la ⊙ de menor radio**

c) **La razón entre la longitud mayor y la longitud menor**

El A del ● (círculo) menor

El A del (círculo) ● mayor

d) **La razón entre el círculo mayor y el círculo menor**

e) **Compara las razones obtenidas en c) y en d)**

3) Indica si son V o no, las siguientes afirmaciones ¿Por qué?

a) **El ángulo inscrito es el ∠ formado por 2 radios**

b) **Todo ∠ del centro está formado por 1 diámetro**

c) **∠ del centro es el ∠ formado por 2 radios**

d) **El ∠ inscrito mide el doble que el ∠ del centro si subtienden el mismo arco**

e) **El ∠ del centro mide el doble que el ∠ inscrito si subtienden el mismo arco.**

4) Indica si el centro de la ⊙ Circunscrita a un Δ se encuentra dentro o fuera del Δ o en el Δ

a) **En un Δ equilátero**

b) **En un Δ rectángulo**

c) **En un Δ obtusángulo**

d) **En un Δ acutángulo**

5) Señala si son V o F las siguientes afirmaciones, justificando las F

a) **Todo ∠ recto subtiende 1 diámetro (∠ inscrito)**

b) **Si un ∠ inscrito subtiende un arco de 180º, ese ∠ es recto**

c) **2 radios siempre forman 1 diámetro**

d) **La suma de las longitudes de 2 radios es igual a la longitud del diámetro**

6) Sea ⊙ (O, 4 cm.) inscrita en el cuadrado ABCD. Encuentra

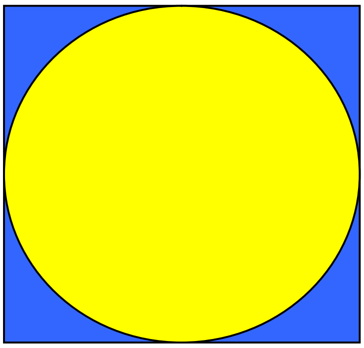
a) **P de la ⊙**

b) **P del cuadrado**

c) **A del círculo**

d) **A del cuadrado**

e) **A coloreada azul**



7) S ea ABCD un rectángulo cuyo ancho mide 8 cm. y su largo mide 16 cm.. Calcula

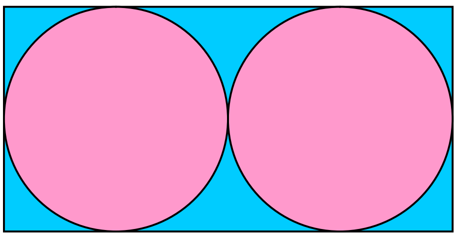
a) **P del rectángulo**

b) **A del rectángulo**

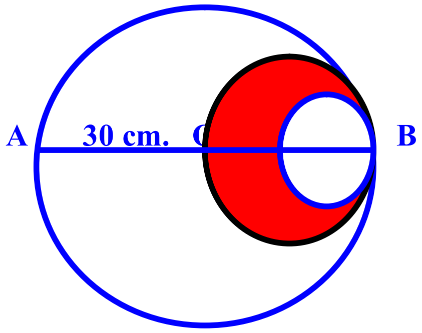
c) **P de una circunferencia**

d) **P de la suma de las semicircunferencias**

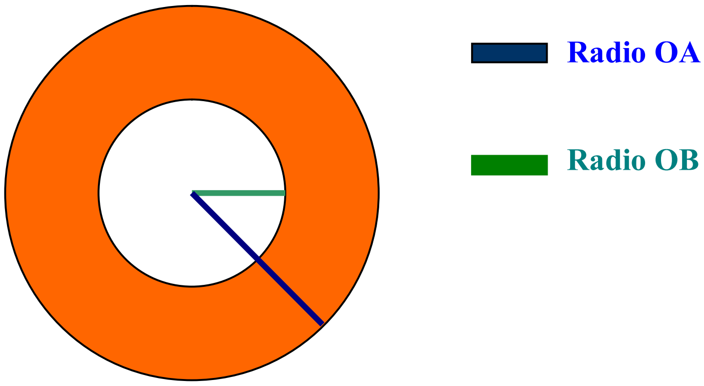
e) **A de los círculos y f) A color celeste**



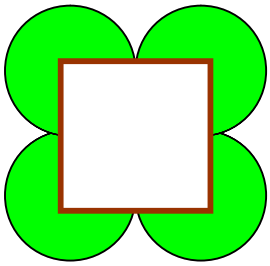
8) Determina A y P de la figura coloreada, sabiendo que AB = 60 cm. ; OA = radio y $\frac{OA}{4}$ es el diámetro de la ⊙ pequeña



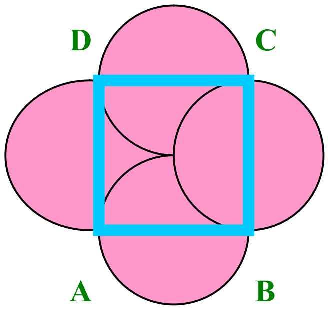
9) Calcula el A sombreada sabiendo que OA = 30 cm. y OB = 20 cm.



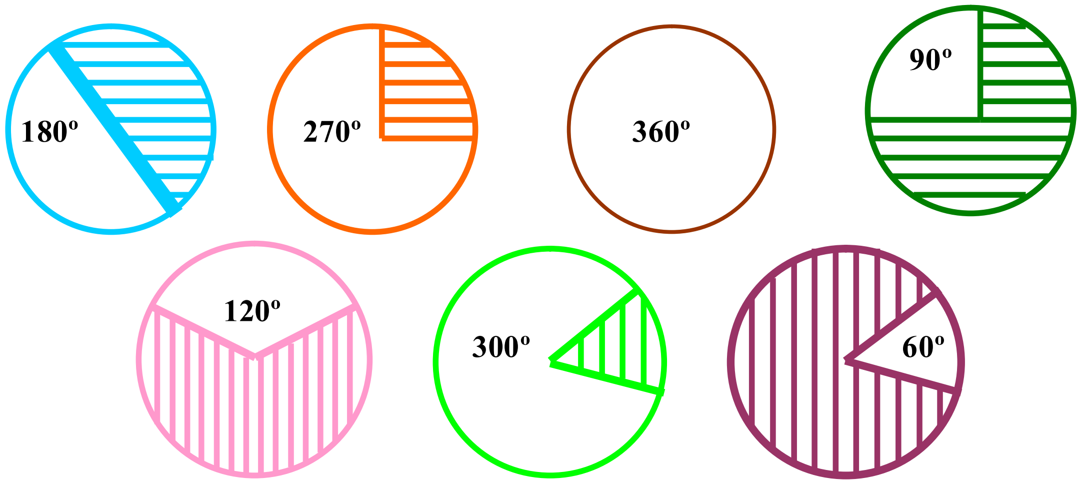
10) Calcula P y A de la parte sombreada de la figura sabiendo que ABCD es un cuadrado y que el lado del cuadrado mide 10 cm..



11) Encuentra el P de lo sombreado sabiendo que ABCD es un cuadrado y que AB = 20 cm.



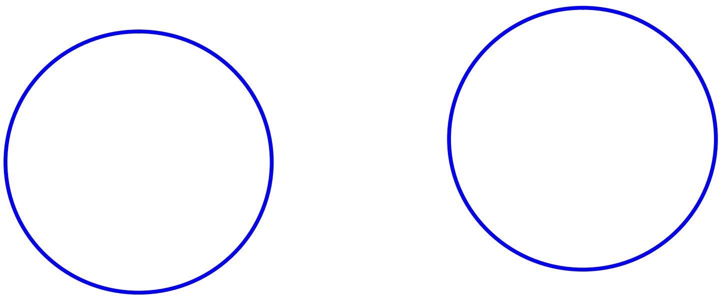
12) Indica que % representa el Área achurada o sombreada en cada gráfico circular.



13) **Grafica** **(gráfico circular) las siguientes situaciones:**

a) Una familia destina el 20 % del presupuesto familiar a la educación de su hijo.

b) Una persona duerme 8 horas, va al Colegio 6 horas, estudia 2 horas y el resto del día lo destina a otras actividades. Pinta de distintos colores.



14) ¿Qué ángulo del centro representan los siguientes porcentajes en un gráfico?

a) 10 %

b) 20 %

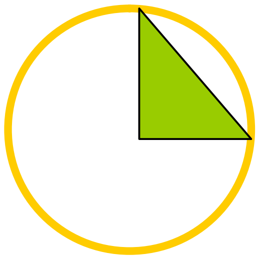
c) 15 %

d) 30 %

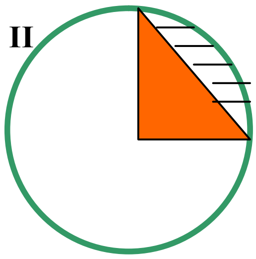
e) 60 %

15) Sea ⊙ (O, 4 cm.). Calcula el área de lo que se indica a continuación:

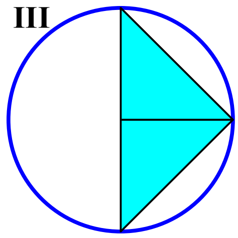
I



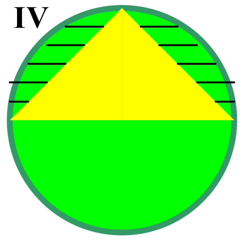
II



III



IV



I Área del triángulo verde

II Área achurada

III Área sombreada celeste

IV Área achurada

16) Calcula la medida de los ángulos pedidos si T es tangente en D a la circunferencia.

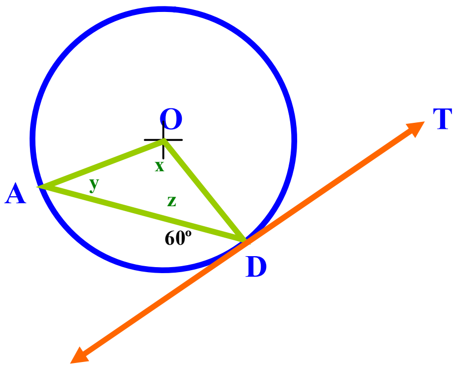
a) ∠ z

b) ∠ y

c) ∠ x

d) ∠ x + y

e) ∠ x + ∠ z

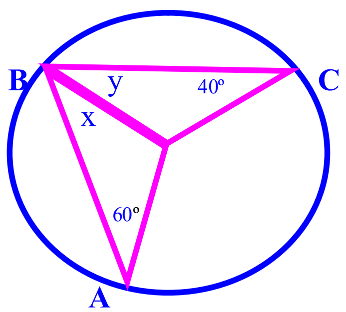


17) OC = OA = r de la ⊙ (O, OC). Si ∠ BAO = 30º ∧ ∠ OCB = 40º calcula

a) m ∠ x

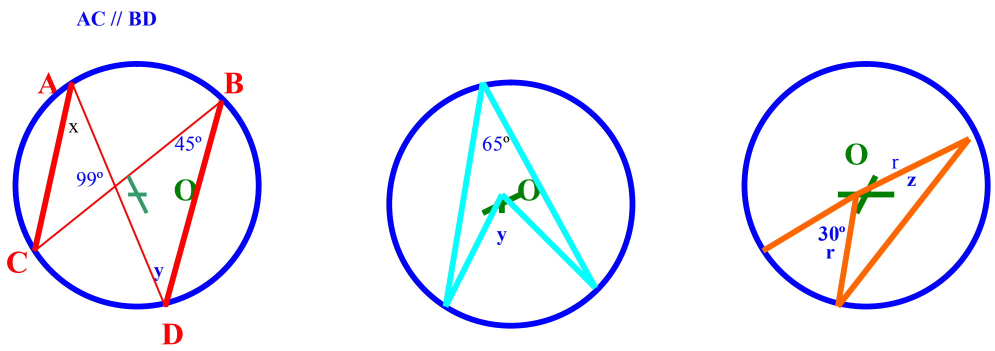
b) m ∠ y

c) m ∠ z

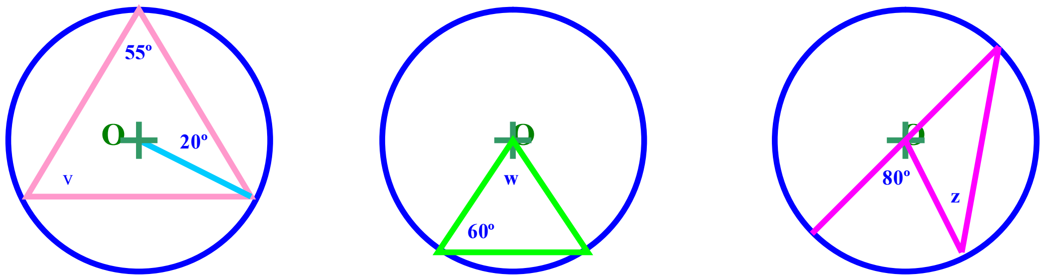


18) Calcular el Área de una ⊙ cuyo P es 81 m. ¿Cuál es su radio?

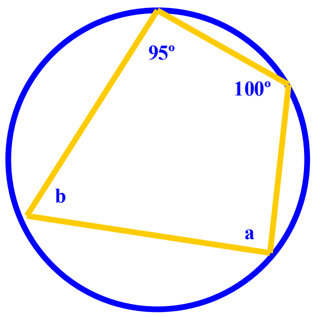
19) En las figuras siguientes determina x, y, z según corresponda.



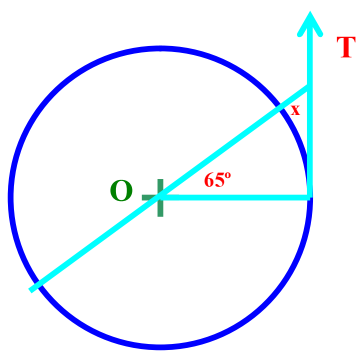
20) En las figuras siguientes ⊙ (centro O) determina v, w, z.-



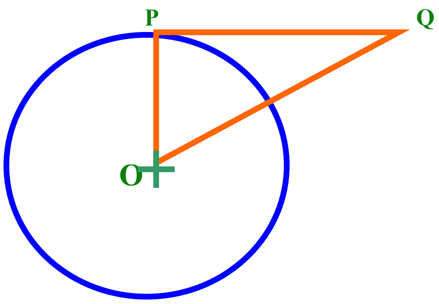
21) Determina el valor de "a" y "b"



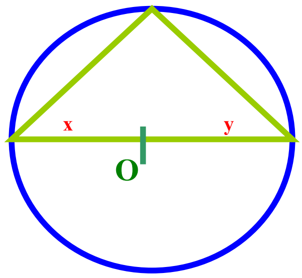
22) Determina el valor de x.(T tangente)



23) ⊙ **(centro O), QP tangente Det. OP**

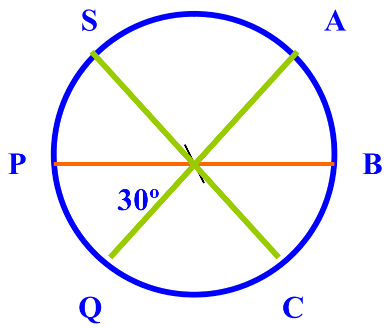


24) **∆ ABC isósceles. Det. x, y.-**

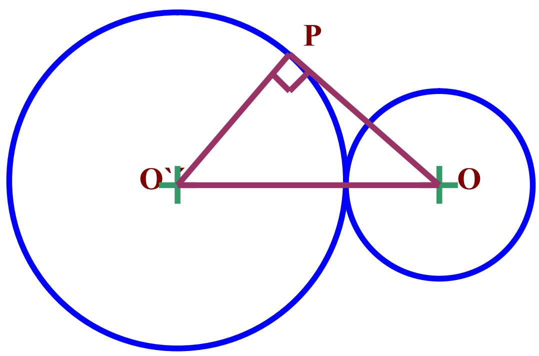


25)¿Es V o F la siguiente afirmación " El rombo y el romboide no son inscriptibles en una circunferencia. Justifica.-

26) **En la figura se han dibujado 3 diámetros. QOP = 30º. OP es bisectriz del ∠ SOQ. ¿Cuánto mide el ∠ SOA?**



27) Si O` es el centro de la ⊙ de radio 10 cm.; O es el centro de la ⊙ de radio 8 cm.. Determina cuanto mide el segmento OP si OP es tangente a la ⊙ de centro O`.



CAPITULO X POLIEDROS.-

Son cuerpos limitados por polígonos. Hay poliedros convexos y poliedros regulares.

Poliedros regulares.-

Sus caras son polígonos regulares iguales. Los principales poliedros regulares son:

4 caras = tetraedro **6 caras = hexaedro**

8 caras = octaedro **12 caras = dodecaedro**

20 caras = icosaedro

Poliedros convexos.-

Son cuerpos limitados por polígonos llamados caras, de manera que el plano de cada cara deja a un mismo lado a la figura.

Área de los poliedros.-

Es la suma del área lateral más la suma del área de las bases.

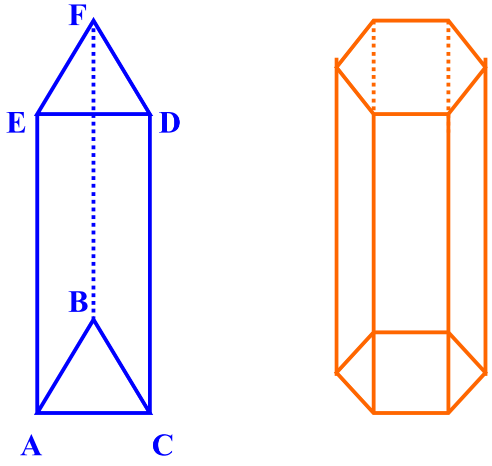
Área lateral.-

Es suma de las áreas de las caras laterales.

PRISMAS Y PIRAMIDES.-

Prisma.-

Es un poliedro limitado por varios paralelógramos y dos polígonos iguales cuyos planos son paralelos.-



Aristas laterales.- No pertenecen a las bases.- Ej: AE, BF, CD.

Altura de un prisma.- Distancia entre los planos de sus bases.

PARALELEPIPEDO.-

Prisma cuyas bases son paralelógramos. (#)

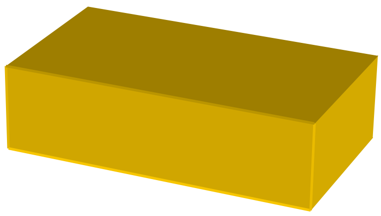
CUBO: (o hexaedro regular)

Todas sus aristas son iguales.

Sus 6 caras son cuadrados.

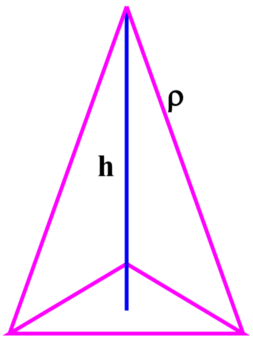
Tiene 8 vértices y 12 aristas.

ORTOEDRO.- Un paralelepípedo se llama recto si sus aristas laterales son perpendiculares a las bases. Si las bases de un paralelepípedo son rectángulos, se llama paralelepípedo recto rectangular o también ORTOEDRO. Las 6 caras de un ortoedro son rectángulos.



PIRAMIDE.-

Es un poliedro que tiene una cara llamada base, que es un polígono cualquiera y las otras, llamadas caras laterales, son triángulos que tienen un vértice común llamado cúspide de la pirámide.



ρ = apotema lateral o altura correspondiente a las caras laterales.

h = altura bajada desde la cúspide de la pirámide hasta el centro de la base

VOLUMENES DE LOS POLIEDROS.-

El volumen de un ORTOEDRO es igual al producto de sus 3 dimensiones, es decir

$$\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$

Por lo tanto el volumen de un PARALELEPIPEDO cualquiera es igual al producto del área de la base por la longitud de la altura.

El volumen de la PIRAMIDE es igual a un tercio del producto del área de la base por la medida de la altura.

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \text{base} \cdot h}$$

Ejercicios.-

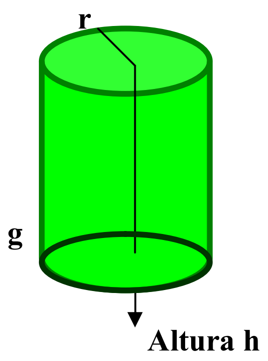
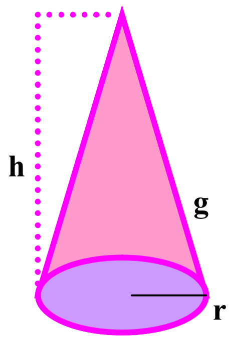
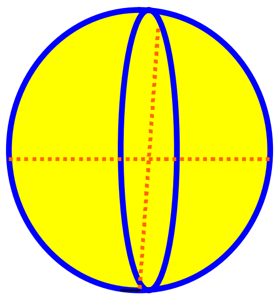
1) **Calcula el volumen de una caja de fósforos, sabiendo que su largo es de 5 cm., su ancho es 3,7 cm. y su alto es 1,5 cm..**

2) **Calcula el área lateral de la misma caja.**

3) **Calcula el Área total de la misma caja.**

4) **Calcula el perímetro de cada una de las caras diferentes.**

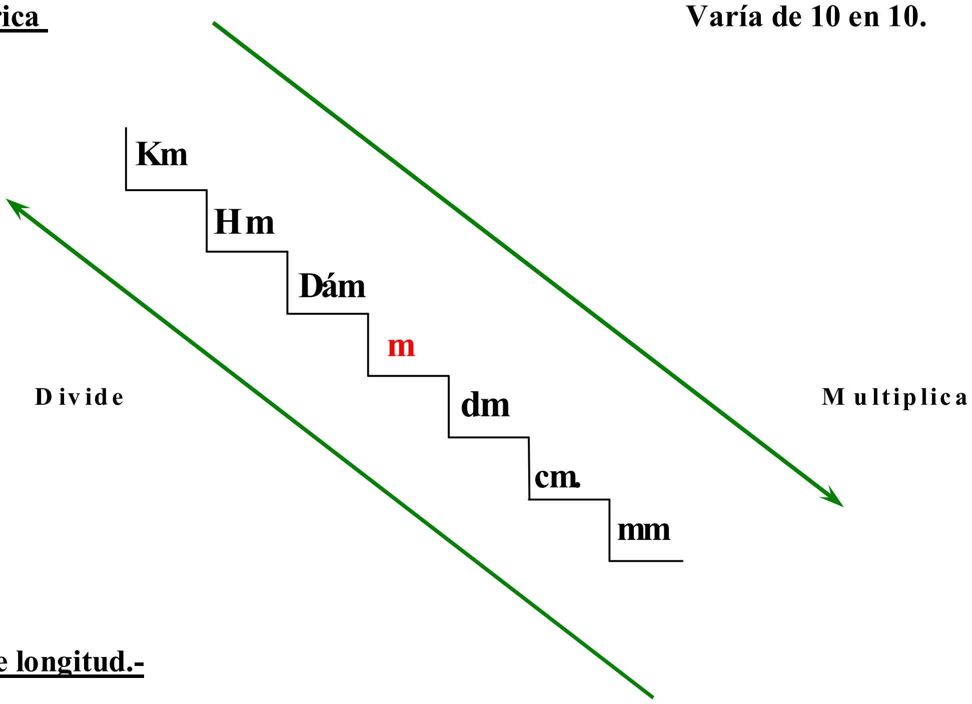
CAPITULO XI CUERPOS REDONDOS.-

CILINDRO	CONO	ESFERA
		
A_1 = Área lateral		
$\boxed{A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot g}$	$\boxed{A_1 = \pi \cdot r \cdot g}$	$\boxed{A_1 = 4 \cdot \pi \cdot r^2}$
R = radio basal		
G = generatriz		
$\boxed{\text{Área basal} = 2 \cdot \pi \cdot r^2}$		
A_t = Área total		
$\boxed{A_t = 2 \cdot \pi \cdot r (g + r)}$	$\boxed{A_t = \pi \cdot r (g + r)}$	
V = Volumen		
$\boxed{V = \pi \cdot r^2 \cdot g}$	$\boxed{V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}$	$\boxed{V = 4 / 3 \cdot \pi \cdot r^3}$

CAPITULO XII SISTEMA METRICO.-

UNIDADES DE LONGITUD.-

Escala métrica **Varía de 10 en 10.**



Unidades de longitud.-

1 kilómetro (Km.) = 1.000 metros

1 hectómetro (Hm) = 100 metros

1 decámetro (Dám) = 10 metros

1 metro (m) 1 metro (unidad principal de longitud)

1 decímetro (dm) = 0,1 metro

1 centímetro (cm.) = 0,01 metro

1 milímetro (mm) = 0,001 metro

Tamaño de un decímetro:

10 centímetros

Tamaño de un centímetro:

1 cm.

TRANSFORMACIONES LINEALES DE UNIDADES.-

Expresar:

1)

3 m	**=**	**Dám**
17 m	**=**	**Dám**
4,536 m	**=**	**Dám**
0,459 m	**=**	**Dám**

Expresar en metros:

2)

a)

34 dm	**=**
9 dm	**=**
638cm.	**=**
7 cm.	**=**
9.386 mm	**=**
84 mm	**=**

b)

4m 7cm.	**=**
1 dm 5mm	**=**
6cm. 9mm	**=**

c)

2m 4dm	**=**
3m 4cm.	**=**
1 m 5cm. 8mm	**=**

3)

a)

3 dm 5 cm. 1 mm	=
4 m 2 dm 5 mm	=

b)

9 m 42 cm. 8 mm	=
12½ cm.	=
7¼ cm.	=

c)

3,4 dm	=
85,6 cm.	

4)

a)	**58 Km.**	=	**b)**	**7 Hm 3 Dám 8 m**	=
	76 Dám	=		**9 Hm 5 m 3 cm.**	=
	453 Km.	=		**4 Dám 28 mm**	=
	83,4 Km.	=		**1,852 Km.**	=
	128 Km. 7 Dám	=		**30,48 cm.**	=
	63 Hm 2 m	=		**63 Hm 7cm. 5 dm**	=
	55 Dám 13 cm.	=		**24 Km. 3m 18 cm.**	=

5)

a)	**6 dm 7 cm.**	=	**dm**
	5 dm 9 cm.	=	**m**
	8 dm 4 mm	=	**cm.**
	2 cm. 9 mm	=	**dm**
	3,4 m	=	**cm.**
	0,36 m	=	**Dám**
	7.5 m	=	**Hm**
	84 m	=	**Km.**
	3,24 Km.	=	**dm**
	427 Hm	=	**Km.**
	3,42 Dám	=	**cm.**
	2½ m	=	**mm**
	50 cm.	=	**Dám**
	350 mm	=	**cm.**
	3,28 Km.	=	**m**

PROBLEMAS.-

1) **Sumar: 34 m + 76 cm. + 9 Km. + 7 Dám 5 mm-**

2) **Un metro de género vale $ 4800. ¿Cuánto valen a) 25 cm. b) 20 cm. c) 50 cm. d) 125 mm?**

3) **Un corte de 3 m de casimir vale $ 18.000. Una persona dice que le basta con 2,90 m. ¿Cuánto vale en tal caso?**

5) **¿A como resulta el m de un género si 10 cm. valen $ 270? ¿Y otro en que 40 cm. valen $1.080?**

6) **El diámetro terrestre mide 12.740 Km. y el monte más alto (Everest) 8.848 m. ¿Cuántas veces cabe el Everest en dicho diámetro? (redondee al entero)**

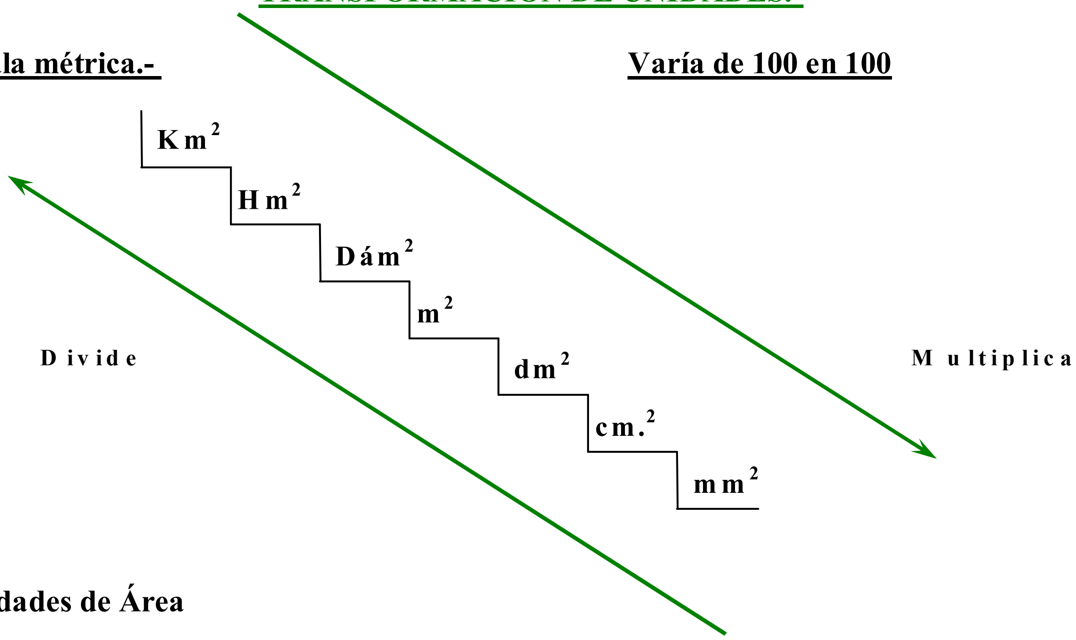
6) **Mide las dimensiones de una caja de fósforos. Exprésalas en metros.**

7) **La estrella más próxima dista de nosotros 4 años –luz. Si la luz recorre 300.000 Km. por segundo, calcula en Km. el valor de un año-luz. Expresa el resultado ayudándote con las potencias de 10.**

UNIDADES DE ÁREA.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

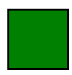
Escala métrica.- **Varía de 100 en 100**



Unidades de Área

1 Kilómetro cuadrado (Km^2)	**=**	**1.000.000 m^2**
1 Hectárea (Há) o (Hm^2)	**=**	**10.000 m^2**
1 Decámetro cuadrado	**=**	**100 m^2**
1 metro cuadrado (m^2)	**=**	**Unidad principal de área**
1 decímetro cuadrado (dm^2)	**=**	**0,01 m^2**
1 centímetro cuadrado ($cm.^2$)	**=**	**0,0001 m^2**
1 milímetro cuadrado (mm^2)	**=**	**0,000001 m^2**

Tamaño aproximado de 1 $cm.^2$



Transformación de unidades de Área.-

1) **Expresar en dm^2, $cm.^2$, mm^2.**

a) **7 m^2** b) **4,6 m^2**

a)			
b)			

2) **Expresar en $cm.^2$**

a) 9 m^2	**b) 4,76 m^2**	**c) 9 $cm.^2$**	**d) 5 mm^2**

3) **Expresar en $cm.^2$ y mm^2**

a) 43 dm^2	**b) 5,2 dm^2**	**c) 4 dm^2**	**d) 3 $cm.^2$**

4) **Expresar en m^2**

a)	**4 dm^2 =**	**b)**	**3.877 dm^2 =**
c)	**536 $cm.^2$ =**	**d)**	**1.582.730 mm^2 =**
e)	**2 m^2 =**	**f)**	**3 dm^2 =**
g)	**3,9 $cm.^2$ =**	**h)**	**47 Há =**
i)	**38,4 Há =**	**j)**	**0,47 Km^2 =**
k)	**9Há 3.780 m^2**	**=**	
l)	**7 m^2 5 dm^2 38 $cm.^2$**	**=**	

5) **Expresar en Há**

a)	**57.000 m^2**	**b)**	**8.400 m^2**	**c)**	**6Há 480m^2**	**d)**	**18 Km^2**	**e)**	**2,6 Km^2**

6) **Expresar en unidades enteras.**

a)	**¾ de 1 m^2**	**b)**	**½ de1 dm^2**	**c)**	**10% de1 Há**	**d)**	**1/4de1cm.^{2}**	**e)**	**50 % de 1 Km^2**

PROBLEMAS.-

7) **Calcular el área de un cuadrado cuyo lado es: (Revisar cálculo del área de 1)**

a)	**9 cm.**	**b)**	**7 m**	**c)**	**14 Km.**	**d)**	**8 mm**	**e)**	**5 Dám**

8) **Calcular el área de un rectángulo que mide:**

a)	**Largo 3m**	**b)**	**L 3,8 cm.**	**c)**	**L 4 dm**	**d)**	**L 50 cm.**	**e)**	**L 280 m**
	Ancho 5m		**A 2,5 cm.**		**A 30 cm.**		**A 675mm**		**A 472 m**

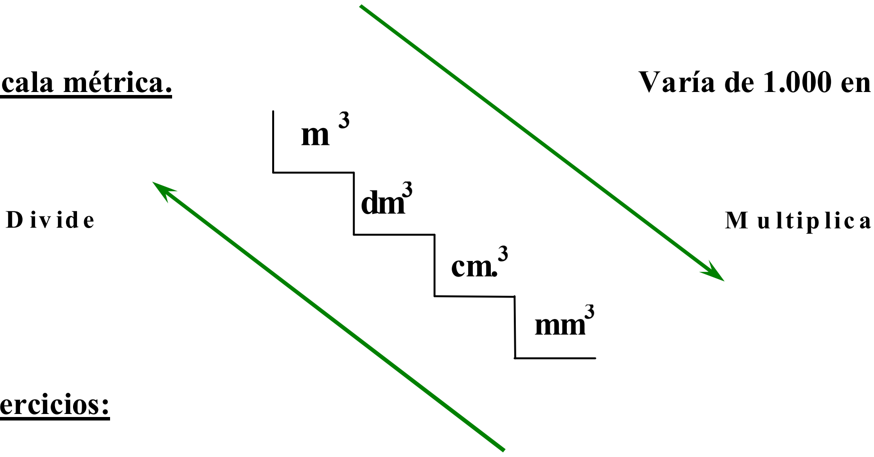
Recuerden que ambas cantidades deben estar expresadas en la misma unidad. Usar la escala métrica.

9) **¿Cuánto vale el sitio de la letra a), problema 8) si el m^2 cuesta $ 52.800?**

UNIDADES DE VOLUMEN.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

Escala métrica. **Varía de 1.000 en 1.000.**



Ejercicios:

1) **Expresar en dm^3, cm.^{3}, mm^3:** **a) 31 m^3** **b) 6,43 m^3**

a)			
b)			

2) **Expresar en m^3 como está indicado:**

a)	5 dm^3 = m^3	e)	728 dm^3 = m^3
b)	48 dm^3 = m^3	f)	29 cm.^{3} = m^3
c)	5.700 dm^3 = m^3	g)	4.583.960mm^3 = m^3
d)	9.300 cm.^{3} = m^3	h)	8m$^{3\ 39dm}$3 = m^3

3) **Expresar en las unidades indicadas:**

a)	6m^3 = dm^3	f)	327 cm.^{3} = dm^3
b)	876 mm^3 = cm.^{3}	g)	8m^3 93dm^3 = dm^3
c)	9 cm.^{3} = dm^3	h)	9m^3 73cm.^{3} = dm^3
d)	9.428.327mm^3 = cm.^{3}	i)	1 dm^3 1 cm.^{3} = dm^3
e)	5,4 m^3 = dm^3	j)	92cm.^{3} 36mm^3 = dm^3

4) Expresar en $cm.^3$ cada una de las siguientes cantidades:

a)	**$16\ m^3$ =**	**b)**	**$2{,}57\ m^3$ =**
c)	**$9\ dm^3$ =**	**d)**	**$3{,}5\ dm^3$ =**
e)	**$4\ mm^3$ =**	**f)**	**$5.900\ mm^3$ =**

5) Sumar: **(Recuerda reducir a la misma unidad, antes de hacer la operación)**

a) $4m^3 + 8m^3\ 72dm^3 + 37dm^3\ 45cm.^3 =$

b) $76m^3 + 527dm^3 + 8.700cm.^3 + 6.921mm^3 =$

c) $26m^3\ 17dm^3 + 13dm^3\ 27cm.^3 + 24cm.^3\ 86mm^3 =$

PROBLEMAS.-

1) Mide las aristas y calcula el volumen de una caja de fósforos. (Repasa cálculo de volúmenes)

2) Calcula el volumen y el área total de cada cubo, cuyas aristas miden respectivamente:

a) 2 cm. **b) 3 dm** **c) 4 m** **d) 12,3mm**

3) Calcula la arista de cada cubo cuyo volumen es respectivamente:

a) 125 cm.^{3} b) 729 dm^3 c) 64 m^3

4) Calcular el volumen útil de un closet cuyas aristas miden:
Largo = 1 m 2 cm.; Ancho = 4 dm; Alto = 1 m 30 cm..

5) Calcular el volumen de un ascensor que mide:
1 m 30 cm. en cada arista basal y 2,25 m de alto.

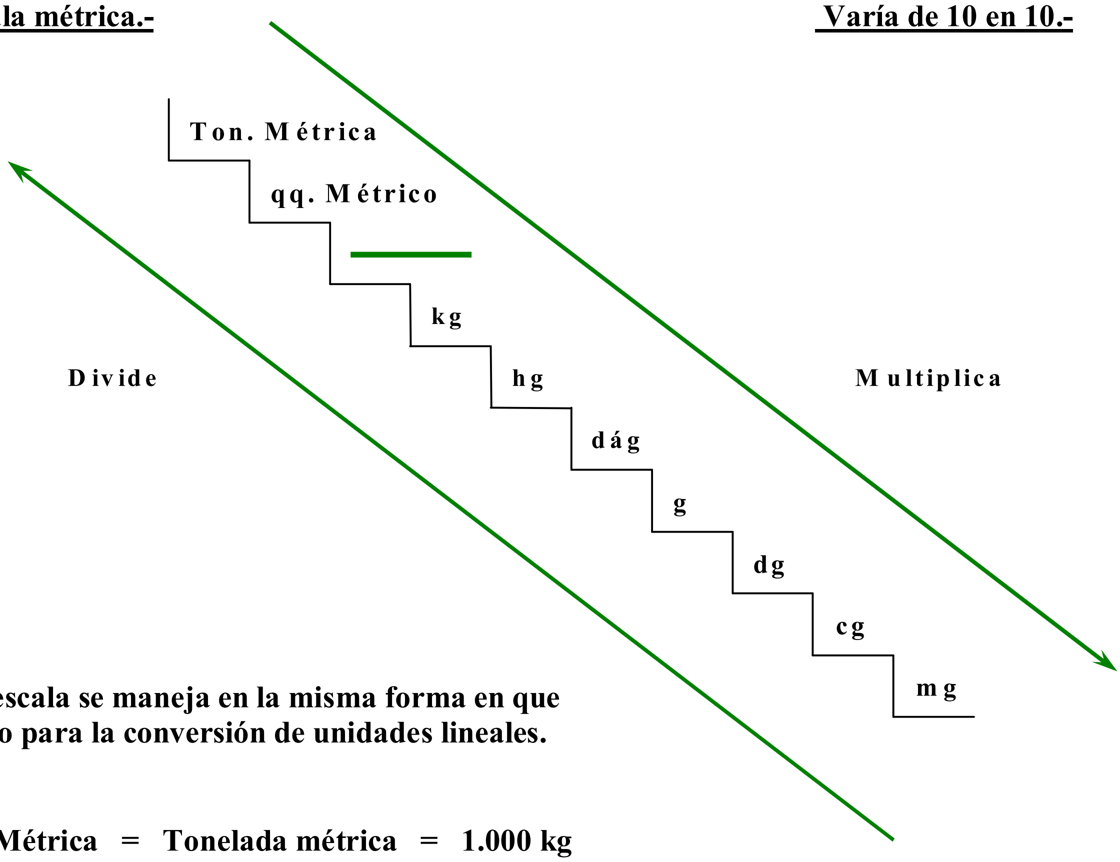
6) ¿Cuánto valen los ladrillos de 30 cm. de largo, 15 cm. de ancho y 6 cm. de espesor con que se hace una muralla cuyas dimensiones son: Largo 8m 40cm. 30 cm. de ancho y 4,2 m de alto, si el precio de 1.000 ladrillos es $ 135.000?

7) Calcular el área de una cara de un cubo de 2 dm de arista, su área total y su volumen.

UNIDADES DE MASA.-

TRANSFORMACION DE UNIDADES.-

Escala métrica.- **Varía de 10 en 10.-**



Esta escala se maneja en la misma forma en que se hizo para la conversión de unidades lineales.

Ton. Métrica = Tonelada métrica = 1.000 kg

qq métrico = Quintal métrico = 100 kg

(Existe aquí un hueco sin nombre, pero necesario para que la escala funcione).

kg = kilogramo = 1.000 gramos (gr)

hg = hectogramo = 100 gramos (gr)

dág = decagramo = 10 gramos (gr)

Gr = gramo = Unidad principal de masa

dg = decagramo = 0,1 (gr)

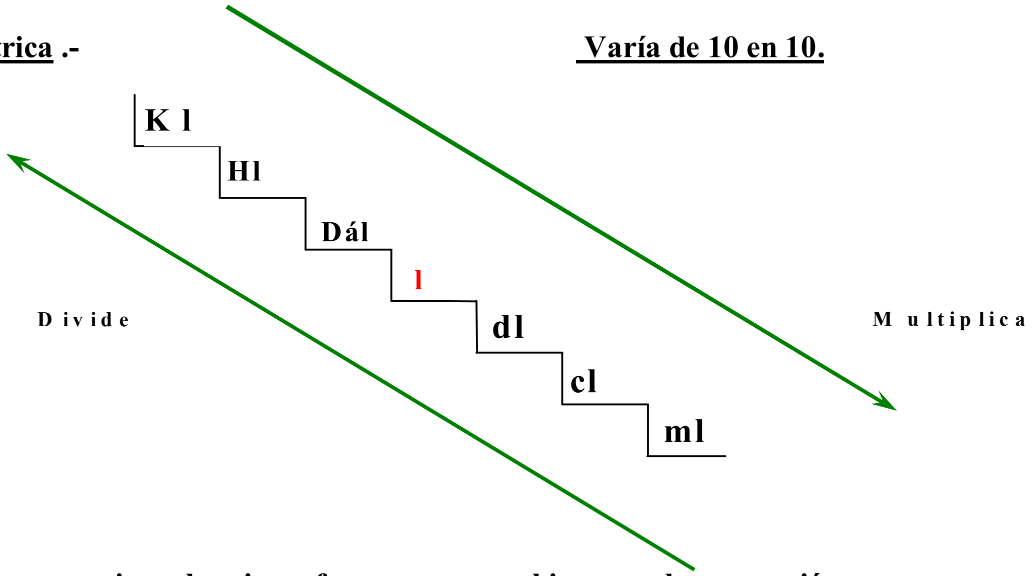
cg = centígrado = 0,01 (gr)

mg = miligramo = 0,001 (gr)

UNIDADES DE CAPACIDAD.-

TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.-

Escala Métrica .- **Varía de 10 en 10.**



Esta escala se maneja en la misma forma en que se hizo para la conversión de unidades lineales.-

Kl = kilolitro = 1.000 litros (l)

Hl = hectolitro = 100 litros (l)

Dál = decálitro = 10 litros (l)

l = litro = Unidad principal de capacidad

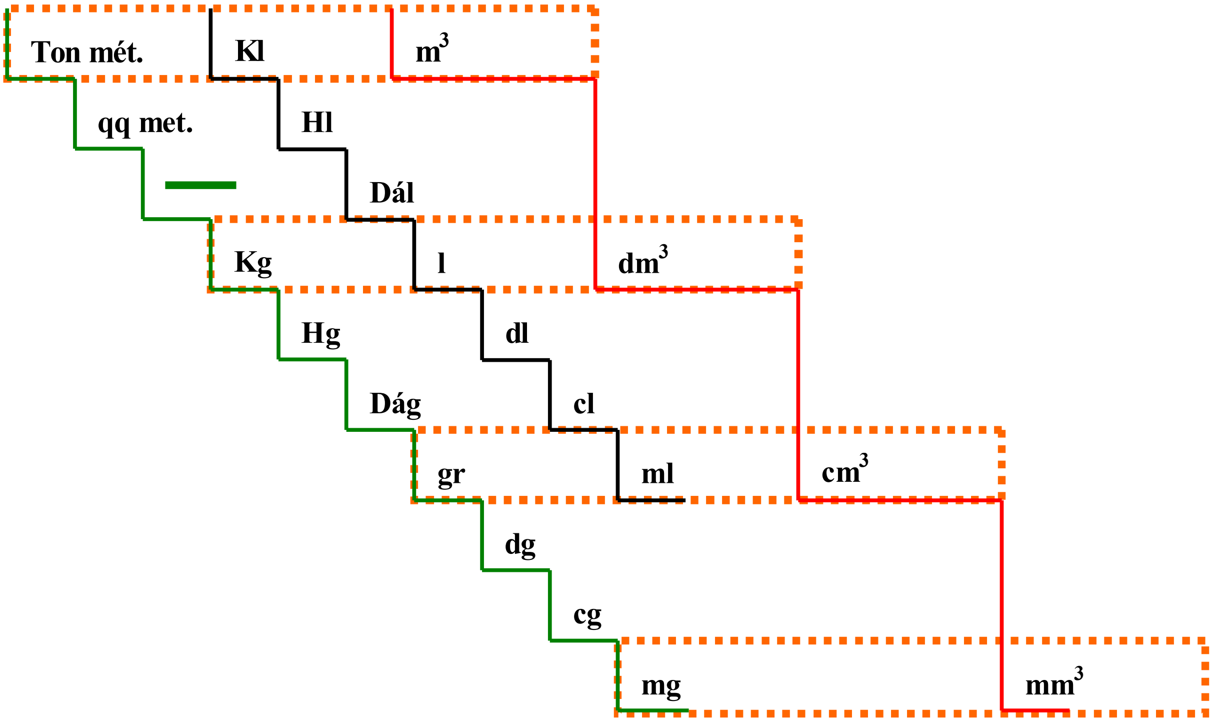
dl = decílitro = 0,1 (l)

cl = centilitro = 0,01 (l)

ml = milílitro = 0,001 (l)

Podemos establecer algunas relaciones entre las distintas unidades que acabamos de ver, siempre que el contenido al que nos estemos refiriendo sea agua en condiciones especiales (temperatura y altura). Esto se produce debido a que si usamos otro contenido, varía la densidad. Un ejemplo simple: ¿Ocupa el mismo volumen un kilo de algodón que un litro de mercurio? Si nos referimos al agua, las equivalencias serían las siguientes:

RELACION ENTRE MASA, CAPACIDAD Y VOLUMEN.-



Significado de las equivalencias:

Vemos que: 1 Ton métrica = 1.000 kg

1 kilólitro = 1.000 l **1 Ton m. = 1 Kl = 1 m^3 (Si es agua)**

1 m^3 = 1.000 dm^3

También 1 kg = 1 litro = 1 decímetro cúbico (Si es agua)

Así mismo 1 gr = 1 ml = 1 $cm.^3$ (Si es agua)

EJERCICIOS Y PROBLEMAS.-

1) Expresar en gramos:

a)	9 kg	b)	3,4 kg	c)	5,71 kg	d)	26 dág	e)	8 hg
a)	7.920 mg	b)	5 cg	c)	1 dág 9mg	d)	6cg 4mg	e)	7hg 6g 3cg
a)	12kg 75g	b)	9hg 3dág	c)	4kg7dág2g	d)	6kg5hg9dág	e)	8hg4dág7cg

2) Expresar en kilogramos:

a)	3.500 gr	b)	43 gr	c)	7 dág	d)	9hg 2dág	e)	7 kg 8dág
a)	6kg 8gr	b)	1kg3dág5gr	c)	4kg8hg9dág	d)	12 Ton m	e)	83qq
a)	7,2 Ton m	b)	15 Ton 6qq	c)	0,5 qq	d)	¼ Ton m	e)	½ qq

3) Expresar en decagramos:

a)	3 dg	b)	5gr 8cg

4) Expresar 20 kg en cada unidad de masa:

_______ _______ _______ _______ _______ _______ _______ _______ ______

5) Expresar 72 gr en todos los múltiplos y submúltiplos del gramo

_______ ______ _______ _______ _______ _____ _______ _______

6) ¿Qué volumen y capacidad ocupan, si es agua? (Reducir previamente a 1 unidad)

	a)	2 kg	b)	5,7 kg	c)	4kg 36gr	d)	9kg 5dág	e)	12 T m
Vol.										
Cap.										
	a)	8Tm 3qq	b)	7,2 qq	c)	50 gr	d)	3hg 4dág	e)	3kg 7mg
Vol.										
Cap										

7) ¿Cuánto pesan, si es agua?

a)	7 litros	b)	9 dm^3	c)	5,2 litros	d)	8 litros 5 dl
a)	3 litros 9cl 2ml	b)	360 $cm.^3$	c)	4,5 Hl	d)	27 Dál

Problema 1) El embalse de la Laguna del Maule tiene una extensión de 86 Km^2 estando lleno.¿Cuántas toneladas de agua caerán sobre él en una lluvia de 60 mm?

Problema 2) ¿Cuánto pesa el agua de un estanque que mide 8 m de largo; 5,4 m de ancho y 2m 5cm. de alto, estando lleno hasta el 80% de su capacidad.

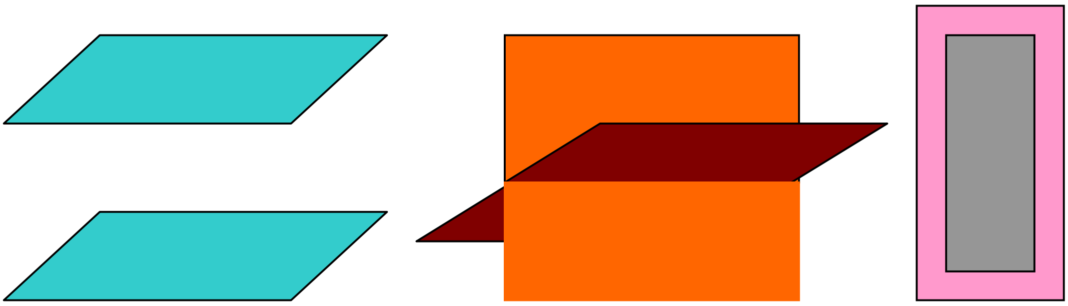
CAPITULO XIII ALGUNAS INTERSECCIONES IMPORTANTES.-

Intersección entre dos planos:

Si la intersección es vacía, los planos son paralelos

Si existe intersec. entre ellos, es una línea recta.

Si para todo punto existe Intersec, son coincidentes



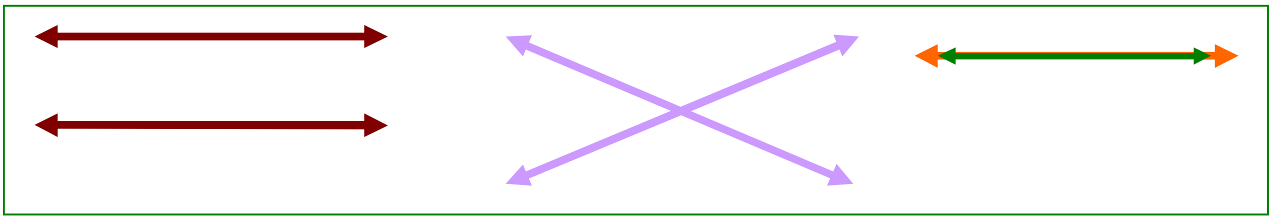
Intersección de dos rectas en un plano:

Las rectas paralelas están en un mismo plano y tienen intersección vacía

Rectas secantes son las que se intersectan e 1 punto

Rectas coincidentes se intersectan. En todos sus puntos.

I

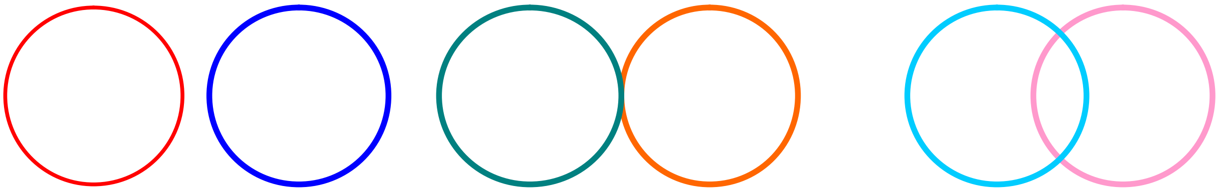


Intersección entre 2 circunferencias:

Pueden tener intersección Vacía

Circunferencias tangentes son las que se intersectan En un solo punto.

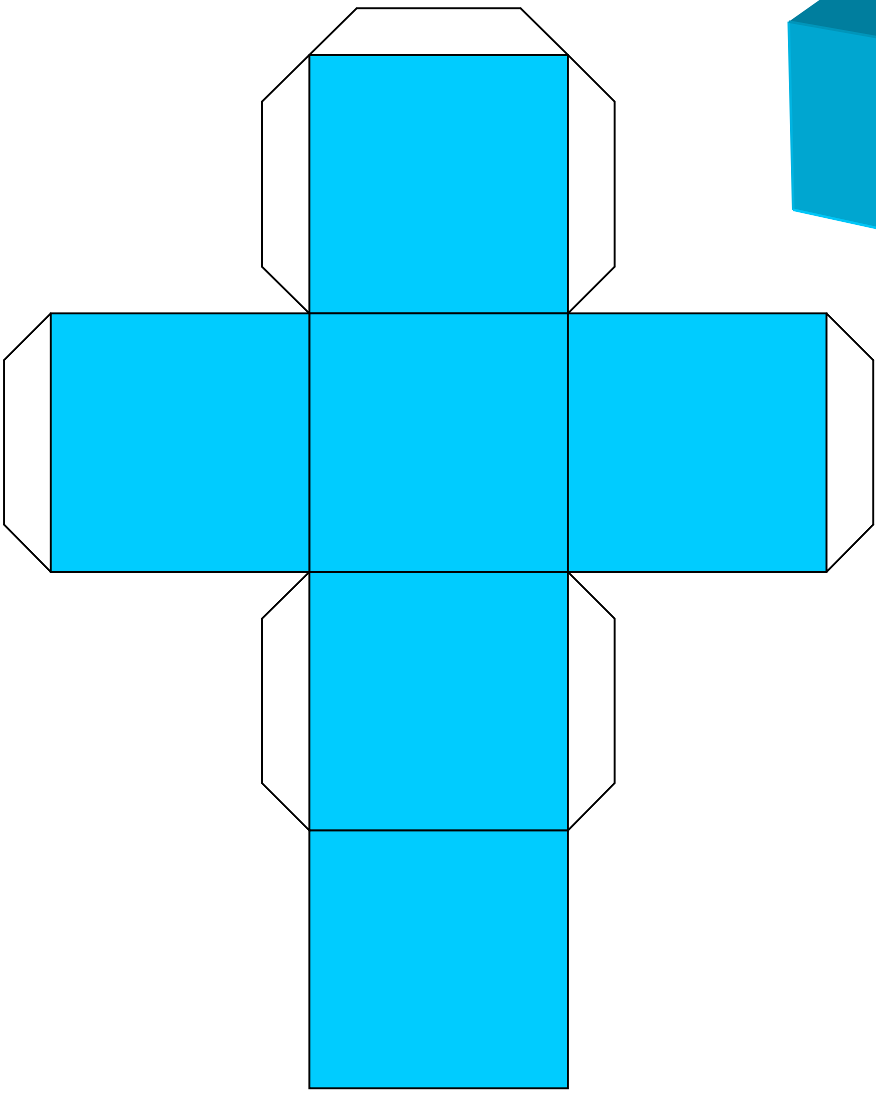
Circunferencias secantes son las que se intersectan en 2 puntos

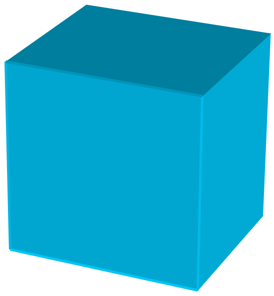


CAPITULO XIV MODELOS DE POLIEDROS PARA RECORTAR Y ARMAR.-

Con ellos estudiaremos caras, aristas y vértices.

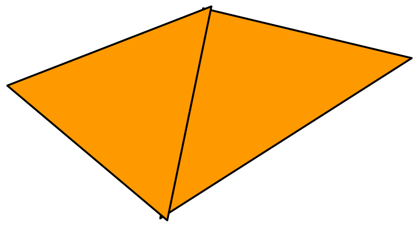
En este caso tendremos un hexaedro regular o CUBO.

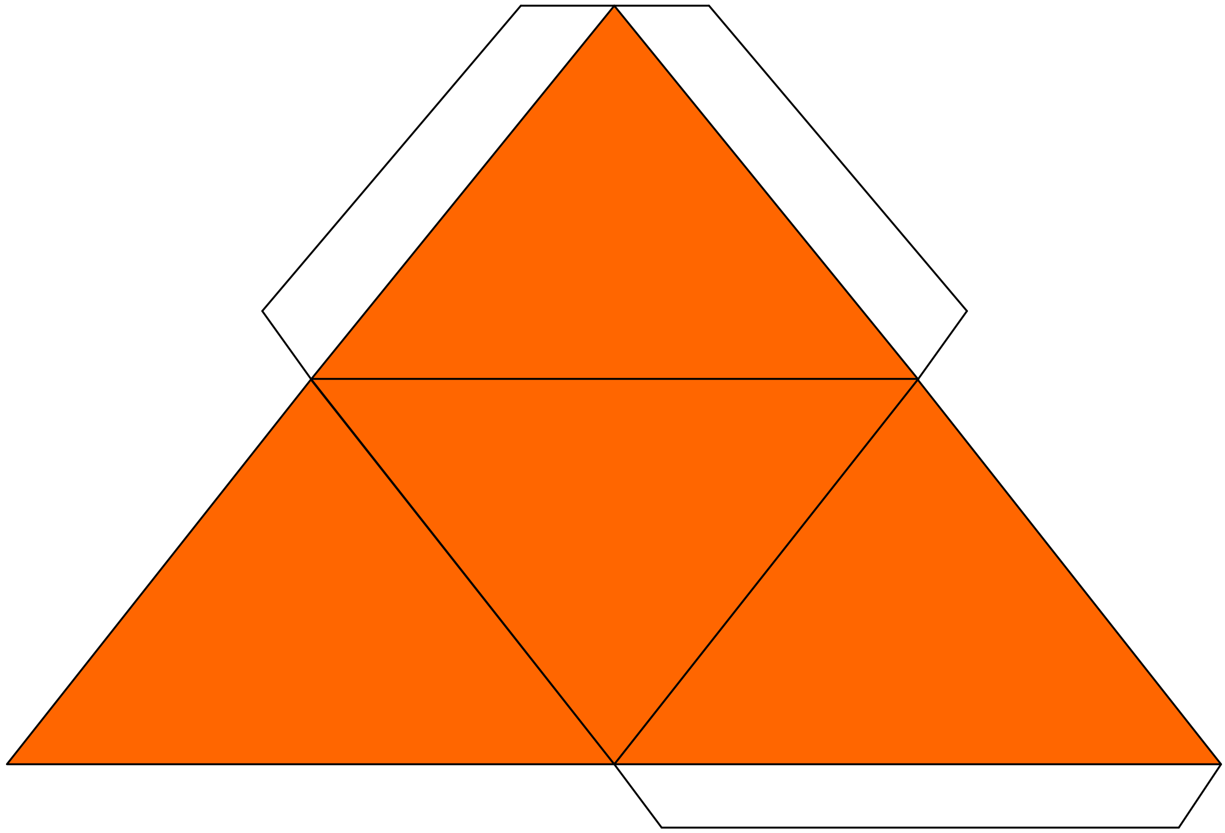




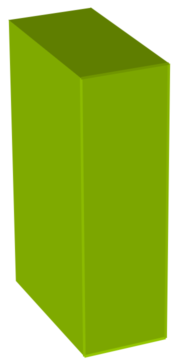
MODELO DE PIRÁMIDE PARA RECORTAR Y ARMAR.-

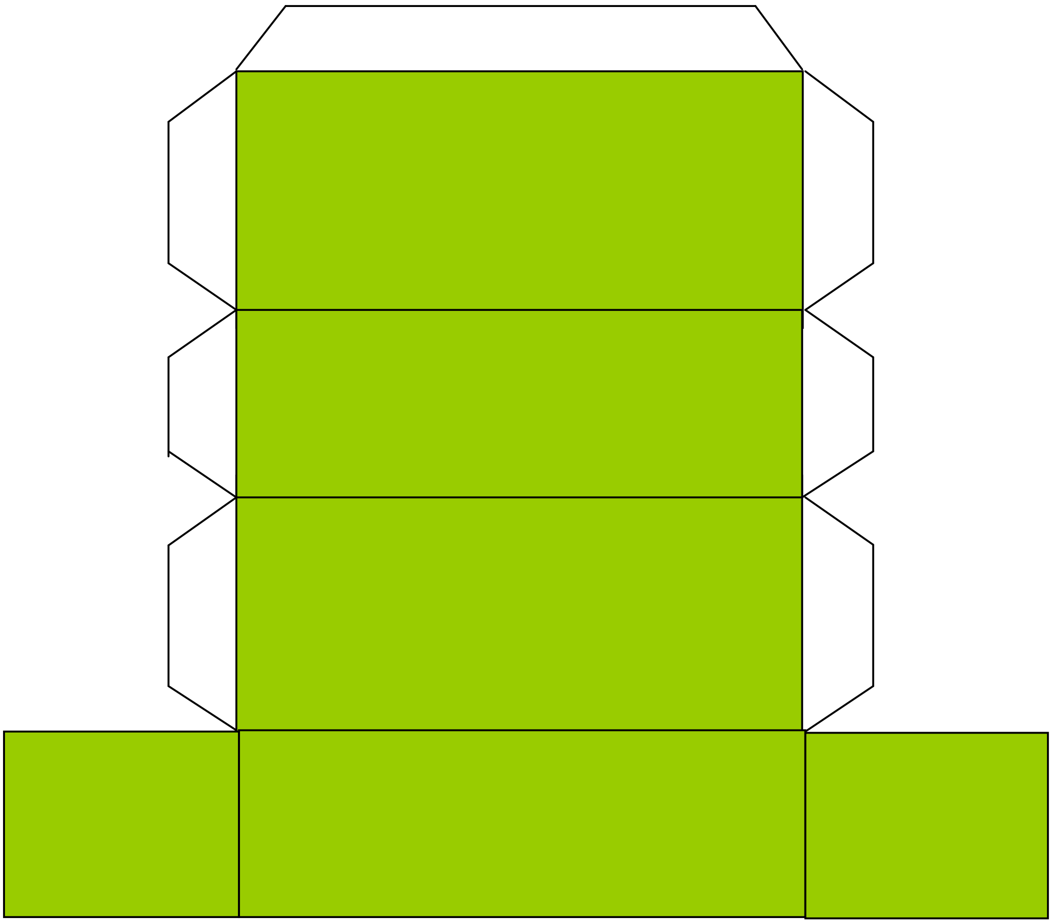
Tetraedro regular. **PIRAMIDE.**





PARALELEPIPEDO DE BASE RECTANGULAR





SOLUCIONARIO.-

Capitulo I.-

Páginas 7, 8 y 9 los ejercicios deberán ser guiados por el profesor.

Capítulo II.

Unidad 1) La medición de ángulos también necesita supervisión y uso de escuadra, compás y transportador.

Página 14

1) $m\angle\alpha = 120^{o}$ $m\angle\beta = 30^{o}$

4) I = agudo ; II = obtuso ; III = obtuso; IV = agudo

V = recto ; VI = obtuso.

Página 17.Explicar previamente, cómo se trabaja con números complejos,.

1) 75º 32` 2) 71º 20` 02`` 3) 45º 59`42`` 4) 53º39`45``

5) a) 34º 32`45`` b) 132º 44`48`` c) 89º 49`40``

d) 34º 59`33`` e) 2º 57`60``

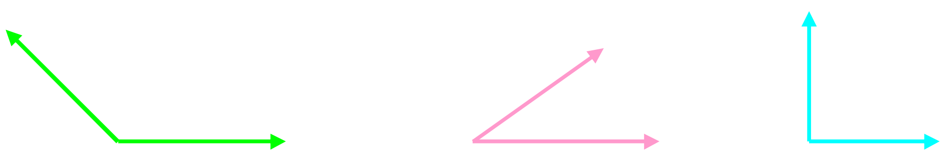
6) compl .α = 62º 11`64`` supl. $\alpha$ = 152º 11`54``

compl.β = 31º 35`22`` supl.$\beta$ = 121º 35`22``

compl.χ = 2º 1` 22`` supl.$\chi$ = 92º 1` 22``

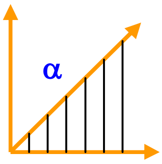
Página 18.-

1) $m\alpha = 155^{o}$ $m\beta = 45^{o}$ $m\chi = 90^{o}$

2) 

4) ....los grados que faltan a un ángulo agudo para completar uno recto.-

5) ....los que suman 90º

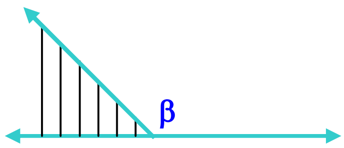
6) 

Complemento

7)....... los grados que faltan a un ángulo para completar 180º.

1) ......Los que suman 180º

Página 19

9) Suplemento 

11) y 12) La construcción, suma y diferencia de ángulos, necesita supervisión del profesor.

Página 20.-

13)

mα	Compl.	Suplem.
35º	55º	145º
60º	30º	120º
28º	62º	152º
32º	58º	148º

Página 21.-

1) b 2) b 3) a 4) a 5) d 6) b 7) c

Página 22.-

8) a 9) e 10) a 11) a 12) A 13) C

Página 23.-

14) b 15) b 16) d 17) b 18) $\alpha + \beta = 180º$ Son suplementarios.

Capítulo III.-

Página 27.-

1) X = 130º Y = 50º
2) X = 55º Y = 125º

Página 28.-

3)	X = 70º	Y = 80º
4)	X = 70º	Y = 110º
5)	X = 30º	Y = 100
6)	X = 65º	Y = 65º

Capítulo IV.-

Página33.-

1)
$\beta = 55^o$
$\beta' = 125^o$
$\alpha' = 125^o$
$\delta = 70^o$

2)
$\alpha' = 120^o$
$\varepsilon = 90^o$
$\alpha = 60$
$\delta = 30^o$
$\chi = 60^o$
$\chi' = 120^o$

Página 34.-

1)
$\beta = 70^o$
$\beta' = 110^o$
$\delta = 40^o$
$\alpha = 70^o$
$\alpha' = 110^o$

2)
$\delta = 60^o$
$\beta' = 120^o$
$\varepsilon = 30^o$
$\gamma = 30^o$

3)
$\alpha' = 60^o$
$\alpha = 120^o$
$\beta = 30^o$
$\gamma' = 150^o$
$\delta = 75^o$
$\gamma = 30^o$

4)
X = 30º
Y = 60º
Z = 90º
W = <u>60º</u>
\+ 240º

5) X = 30º

6) X = 60º

Página 35.-

1) X = 70º

2) X = 42º

3) X = 18º

4) X = 55º
Y = 30º

5)
$\beta = 68^o$
$\alpha = 56^o$
$\gamma = 56^o$

6)
X = 45º
y = 135º
Z = 135º

7) X = 60º
Y = 60º

8) X = 50º
Y = 40º

Capítulo V.-

Página 41.

1) GE=10,5 cm	2) AE=18cm	3) AG=32cm	4) DE=13,5cm	5) AG=32cm	6) γ=59º
BF= 12cm	GE= 6 cm	GE=16cm	EF=12cm	GE= 16cm	X=75º
CG = 6cm	BF=18cm	BG=30cm	FD=10cm	BF=45cm	Y=59
	GD= 6cm	FG=15cm		BG=30cm	Z=75º
	CD=18cm	GC=28cm		FG= 15cm	W=59º
				GD=14cm	

Página 42. Cuestionario.

1) a) Alturas, b) Bisectrices, c) Simetrales, d) Transversales de Gravedad, e) Medianas.

   a. Altura.- Es la perpendicular bajada desde un vértice al lado opuesto del triángulo-
   b. Bisectrices de 1 Δ son rayos que dividen a cada ángulo del Δ en 2 partes ≅
   c. Simetrales de 1 Δ: son ⊥ a los puntos medios de los lados.
   d. Transversales de Gravedad de 1 Δ: son trazos que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto.
   e. Medianas de 1 Δ: son trazos que unen los puntos medios de los lados.

2)
   a. Simetral de un trazo: es la recta que lo divide en dos partes ≅.
   b. Bisectriz de un ángulo: es el rayo que lo divide en 2 partes ≅.

3) ..... en el Δ equilátero

4) ......en el vértice del ángulo recto.

5) ......sobre la hipotenusa

6) ......fuera del Δ.

7) ......en el Δ equilátero.

8) ......en el Δ equilátero y en el isósceles.

9) ......la ⊥ bajada desde el incentro a un lado cualquiera del Δ.

10) ......segmento trazado desde el circuncentro a un vértice cualquiera del Δ.

11) ......Δ rectángulo.

12) ......no hay Δ. Sólo se formaría un ángulo extendido.

13) ......isósceles, porque el otro ángulo debe medir también 10º.

14) ......el punto de ∩ de las Transversales de Gravedad.

Página 43.-

OTROS EJERCICIOS.

I a) Δ rectángulo.
b) Δ obtusángulo.
c) Δ acutángulo.
d) Δ equilátero.

II a) V b) V c) F d) F e) V f) V

III a) Escaleno b) Isóscsles c) Equilátero.

IV El error está en c)

Página 44.-

V a) Las alturas b) Las T. de Gravedad. c) Las bisectrices d) Las simetrales.

VI a) V b) V c) F d) F

VII a)......en el vértice del ángulo recto.
b)......en el inteerior del Δ.
c)......fuera del Δ.

VIII Coinciden.

IX a) En el vértice C. b) En la hipotenusa. c) Dentro del Δ d) Dentro del Δ.

Página 45.-

X 70º	**XI Isósceles**	**XII 60º**
XIII 60º	**XIV** $\frac{2a}{3}$	**XV 60º**
XVI 20º	**XVII 18º**	**XVIII** $\alpha = 45^{o}$, $\beta = 45^{o}$, $\gamma = 90^{o}$
XIX $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	**XX** $x = 35^{o}$, $y = 35^{o}$, $z = 110^{o}$	**XXI** $x = 23^{o}$, $y = 134^{o}$, $z = 69^{o}$

Página 47. **1) Area = 495 cm^2** **2) Area = 5,75 Km^2**

Página 49.

1) **A. Total = 30 cm^2**
2) **Utilizando el compás, sobre una ⊙se construye el hexágono regular y en él, un triángulo**
3) **Según el dibujo, se calcula el área total.**
4) **También según el dibujo se calcula el perímetro del polígono**

Pagina 51.-

1) $x = 10$ **2)** $x = 16$ **3)** $x = 12$ **4)** $x = \sqrt{130} \approx 11{,}4$

Página 52.-

5) $b = \sqrt{105} \approx 10{,}2$ $a = \sqrt{119} \approx 10{,}9$ $c = \sqrt{32} \approx 5{,}6$ $b = 12$

6) $P = \sqrt{89} = 22{,}4$ cm

7) Diag $= \sqrt{50} = 7{,}07$

8) $b = \sqrt{84} = 9{,}16$

Página 53.

9) I.- $x = 12$ II.- $x = 12$ III.- $x = 5$ IV.- $x = \sqrt{32} = 5{,}6$

10) **Perímetro = 36 cm** **Area = 54 cm^2**

11) **Perímetro = 41,4 cm** **Area = 96 cm^2**

Capítulo VI-

Página 59

1) X = 65º U = 123º
Y = 57º V = 148º

2) X = 94º U = 78º
Y = 68º V = 86º

3) X = 138º U = 65º
Y = 107º V = 42º

4) X = 67º U = 25º
Y = 93 V = 155º

Página 60.-

1) X = 41º U = 139º
Y = 139º V = 41º

2) X = 31º U = 149º
Y = 31º V = 31º

3) X = 90º U = 41º
Y = 90º V = 49º

4) X = 90º U = 126º
Y = 36º V = 54º

5) X = 117º U = 63º
Y = 63º V = 63º

6) X = 28º U = 56º
Y = 56º V = 96º

7) X = 52º U = 38º
Y = 90º V = 52º

8) X = 49,5º U = 49,5º
Y = 49,5º V = 40,5º

9) X = 45º U = 45º
Y = 90º V = 90º

10) X = 65º U = 130º
Y = 65º V = 50º

Página 61.-

m(AB)	m(CD)	m(MN)	m(MR)	m(RN)
38 cm	22 cm	30 cm	19cm	11 cm
30 cm	18 cm	24 cm	15 cm	9 cm
32 cm	20 cm	26 cm	16cm	10 cm
48 cm	36 cm	42 cm	24 cm	18 cm
52 cm	30 cm	41 cm	26 cm	15 cm
46 cm	26 cm	36 cm	23 cm	13 cm
18,4 cm	15 cm	16,7 cm	9,2 cm	75 cm
74 cm	39 cm	56,5 cm	37 cm	19,5 cm
27,6 cm	18,4 cm	23 cm	13,8 cm	9,2 cm
54 cm	16 cm	35 cm	27 cm	8 cm

1) X = 130º
Y = 35º
Z = 145º

2) X = 62º
Y = 118º
Z = 132º

Página 62.-

1)	X = 90º Y = 105º Z = 105º	2)	X = 90º Y = 70º Z = 110º
3)	X = 40º Y = 140º Z = 140º	4)	X = 53º Y = 53º Z = 127º
5)	X = 60º Y = 38º Z = 38º	6)	X = 82º Y = 98º Z = 50º
7)	X = 90º Y = 117º Z = 63º	8)	X = 40º Y = 140º Z = 100º

Página 64.-

1) x = 65º	2) x = 15º	3) α = 45º β = 135º ϖ = 45º φ = 45º γ = 135º	4) x = 45º	5) α = 50º α' = 130º

Página 65.-

1) Cuadrilátero
2) Paralelógramo.
3) Trapecio.
4) 360º.
5) 360º.
6) ......de igual medida.
7) ......de igual medida.
8) Son suplementarios
9) Se dimidian
10) Cuadrado, Rectángulo, Rombo y Romboide
11) Son bisectrices. de los $\angle$ interiores. Se $\cap$ en 4 $\angle$ $\llcorner$
12) ......oblicuos (2 agudos y 2 obtusos).
13)
   a) Los 4 lados son de = medida
   b) Las diagonales se $\cap$ formando 4 $\angle \llcorner$
   c) Los $\angle$ opuestos son $\cong$ entre si.
14) Es un paralelógramo y tiene sus lados $| \, |$ iguales y sus $\angle$ oblicuos.

Página 66.-

15)Trapecio Isósceles, Trapecio Rectángulo, Trapecio Escaleno.
El Trapecio Isósceles tiene sus lados no paralelos iguales.

16)Sumando las bases inferior y superior y dividiendo esta suma por 2.

17)

PROBLEMAS.-

A.-

1)	Area = $30cm^2$	Perímetro = 22cm
2)	" = $1{,}84m^2$	" = 6,2m
3)	" = $0{,}375dm^2$	" = 2,5dm

B.- 1) Area = $9mm^2$ 2) Area = $81cm^2$ 3) Area = $25m^2$

C.- 1) Area = $18cm^2$ 2) Area = $12{,}15m^2$ 3) Area = $2{,}4375m^2$

D.- 1) Area = $7cm^2$ 2) Area = $49m^2$

Capítulo VII.-

Página 67.-

I P = 58cm II Area = $48cm^2$ III P = 4a IV $\frac{5}{16}$ V $6a+2a\sqrt{2}$

Página 68.-

VI La mitad o 50% VII $324cm^2$ parte beige VIII $2a+a\sqrt{2}$ IX $3a\sqrt{2}$ X 40cm

Página 69.-

1) 20cm 2) 11,9cm 3) 44cm 4) 42cm 5) escaleno 6) 36cm

1) Cálculo de Areas. a) $25cm^2$ b) $2{,}25cm^2$ c) $0{,}64cm^2$ d) $\frac{4}{9}cm^2$

e) $\frac{16}{25}cm^2$ f) $\frac{9}{16}m^2$

2) $48cm^2$

Página 70.- 1) E 2) C 3) D

Capítulo VIII.-

Página 76.- 1) C 2)B 3)C 4)E

Página 77.- 5) E 6)A 7)B

Capítulo IX.-

Página 81.-

1) a) P = 50,24cm b) 200,96 cm^2 c) 25,12cm d) 100,48cm^2

2) a) P = 37,68cm b) P = 18,84cm c) $\frac{37{,}68}{18{,}84} = \frac{2}{1}$ d) A = 28,26cm^2

e) A = 113,04 cm^2 f) $\frac{28{,}26}{113{,}04} = \frac{1}{4}$

3) a) F (es el ∠ formado por 2 cuerdas o por una cuerda y una tangente)
b) F (sólo uniendo los 2 radios que lo forman, sería equivalente a 1 diámetro).
c) V (por definición)
d) F (es al revés)
e) V (por definición)

Página 82.-

4) a) ......dentro del Δ b) ......sobre la hipotenusa c) ......fuera del Δ
e) ......dentro del Δ.

5) a) V b) V c) F d) V

6) a) P = 25,12cm b) P = 32cm c) A = 50,24cm^2 d) A = 64cm^2
d) A azul = 13,76cm^2.

7) a) P = 48cm b) A = 128cm^2 c) P = 25,12cm d) P = 25,12cm
d) P = 25,12cm e) A = 100,48cm^2 f) 27,52cm^2

Página 83.-

8) A = 529,875 cm P exterior = 94,2 cm P interior = 47,1 cm P =141,3

9) A = 1570 cm^2

10) A = 235,5cm^2 P = 94,2 cm

11) P = 125,6cm

Página 84.-

12) 1) 50% 2) 25% 3) 100% 4) 75%

5) 66% 6) 16% 7) 84%

13) a) Divide el primer círculo en 5 partes iguales y pinta una de ellas
b) 8hrs = 33% 6hrs = 25% 2hrs = 8,3%

14) a)10% = 36º b) 20% = 72º c) 15% = 54º d) 30% = 108º
e) 60% = 216

Página 85.-

15) I $8cm^2$ II $4,56cm^2$ III $16cm^2$ IV $9,12cm^2$

16) a) z = 60º b) y = 60º c) x = 60º d) x + y = 120º
e) x + z = 120º

17) a) x = 60º b) y = 40º c) z no hay

Página 86.-

18) P = 81 m r = 12,89 ≈ 13 m

19) I x = 36º y = 36º II y = 130º III z = 15º

20) IV v = 85º V w = 60º VI z = 40º

21) a + b = 165º

22) x = 25º

Página 87.-

23) OP = 3cm 24) x = 45º y = 45º

25) V porque sus diagonales son de distinta medida, entonces el r de la ⊙ no coincide.

26) ∠ SOA = 120º 27) O´P = 14,9 ≈ 15cm

Capitulo X

Página 90

1) V = 27,75 cm^3 2) A.lat = $52cm^2$
3) A tot. = 63,1 cm^2 4) P_a = 10,4cm; P_b = 13cm: P_c17,4cm

Capitulo XII

Página 93

1) 3 m = 0 ,3 Dám

17 m = 1,7 Dám

4,536 m = 1,4536 Dám

0,459 m = 0,0459 Dám

2) Expresar en metros:

a)

34 dm	=	3,4m
9 dm	=	0,9m
638cm	=	6,38m
7 cm	=	0,07m
9.386 mm	=	9,386m
84 mm	=	0,084m

b)

4m 7cm	=	4,07m
1 dm 5mm	=	0,105m
6cm 9mm	=	0,069m

c)

2m 4dm	=	2,4m
3m 4cm	=	3,04m
1 m 5cm 8mm	=	1,058m

3)

a)

3 dm 5 cm 1 mm	=	0,351m
4 m 2 dm 5 mm	=	4,205m

b)

9 m 42 cm 8 mm	=	9,428m
12½ cm	=	0,125m
7¼ cm	=	0,0725m =

c)

3,4 dm	=	0,34m
85,6 cm		0,856m

Página 94

a)	58 Km	=	58.000m	b)	7 Hm 3 Dám 8 m = 738m
	76 Dám	=	760m		9 Hm 5 m 3 cm = 905,03m
	453 Km	=	453.000m		4 Dám 28 mm = 40,028m
	83,4 Km	=	83.400m		1,852 Km = 1.852m
	128 Km 7 Dám	=	128.070m		30,48 cm = 0,3048m
	63 Hm 2 m	=	6.302m		63 Hm 7cm 5 dm = 6.300,57m
	55 Dám 13 cm	=	550,13m		24 Km 3m 18 cm=24.003,18m

5)

a)	6 dm 7 cm	=	6,7	dm
	5 dm 9 cm	=	0,59	m
	8 dm 4 mm	=	80,4	cm
	2 cm 9 mm	=	0,29	dm
	3,4 m	=	340	cm
	0,36 m	=	0,036	Dám
	7,5 m	=	0,075	Hm
	84 m	=	0,084	Km
	3,24 Km	=	32400	dm
	427 Hm	=	42,7	Km
	3,42 Dám	=	3.420	cm
	2½ m	=	2.500	mm
	50 cm	=	0,05	Dám
	350 mm	=	35	cm
	3,28 Km	=	3.280	m

Página 95

1) 9.104,765 m 2) a) $1.200; b) $ 960; c) 2.400: d) $ 600

3) $ 17.400.- 4)1m = $ 2.700 en los 2 casos 5) 4.440 vece s

6) 1,5cm = 0,015m 3,7cm = 0,037m 5 cm = 0,05m

7) 94.608 · 10^8

Página 97

1)

	dm^2	cm^2	mm^2
a)	700	70.000	7.000.000
b)	460	46.000	4.600.000

2)

a) $9m^2$	b) $4,76m^2$	c) $9cm^2$	d) $5mm^2$
$900\ dm^2$	$476\ dm^2$	$9\ cm^2$	$0,05\ cm^2$

3)

a) $43dm^2$	b) $5,2dm^2$	c) $4dm^2$	d) $3cm^2$
$4.300\ cm^2$	$520\ cm^2$	$400\ cm^2$	$3\ cm^2$
$43.000\ mm^2$	$52.000\ mm^2$	$40.000\ mm^2$	300 mm

4)

a)	$4dm^2 = 0,04\ m^2$	b)	$3.877dm^2 = 38,77\ m^2$
c)	$536cm^2 = 0,0536\ m^2$	d)	$1.582730mm^2 = 1,582730\ m^2$
e)	$2m^2 = 2\ m^2$	f)	$3dm^2 = 0,03\ m^2$
g)	$3,9cm^2 = 0,00039$ m	h)	47Há = $470.000\ m^2$
i)	38,4Há = $384.000\ m^2$	j)	$0,47Km^2 = 470.000\ m^2$
k)	9Há $3780m^2$	=	$93.780\ m^2$
l)	$7m^2\ 5dm^2\ 38cm^2$	=	$7,0538\ m^2$

Página 98

5)

a)	57.000m^2	b)	8.400m^2	c)	6Há 480m^2	d)	18Km^2	e)	2,6Km^2
	5,7 Há		0,84 Há		6,048 Há		1.800 Há		260 Há

6)

a)	¾ de 1m^2	b)	½ de 1dm^2	c)	10% de 1Há	d)	¼ de 1 cm^2	e)	50% de 1 Km^2
	75 dm^2		50 cm^2		10 Dám^2		25 mm^2		50 Há

-

PROBLEMAS.-

7)

a)	9cm	b)	7m	c)	14Km	d)	8mm	e)	5 Dám
	81 cm^2		49 m^2		196 Km^2		64 mm^2		25 Dám^2

8)

a)	15 m^2	b)	9,5 cm^2	c)	1.200 cm^2	d)	337.500mm^2	e)	132.160 m^2

9) $ 792.000.-

Página 99

1)

	dm^3	cm^3	mm^3
a)	31.000	31.000.000	31.000.000.000
b)	6.430	6.430.000	6.430.000.000

2)

a)	5dm^3 = 0,005 m^3	e)	728 dm^3 = 0,728 m^3
b)	48 dm^3 = 0,048 m^3	f)	29 cm^3 = 0,000 029 m^3
c)	5.700 dm^3 = 5,7 m^3	g)	4.583.960 mm^3 = 0,004583960 m^3
d)	9.300 cm^3 = 0,009300 m^3	h)	8m^3 39dm^3 = 8,039 m^3

3)

a)	**$6m^3$ = 6.000 dm^3**	**c)**	**$9cm^3$ = 0,009 dm^3**
b)	**876 mm^3 = 0,876 cm^3**	**d)**	**9.428.327 mm^3 = 9.428,327 cm^3**
e)	**5,4 m^3 = 5.400 dm^3**	**f)**	**327 cm^3 = 0,327 dm^3**
g)	**$8m^3$ $93dm^3$ = 8.093 dm^3**	**h)**	**$9m^3$ $73cm^3$ = 9.000,000073 dm^3**
i)	**1 dm^3 1 cm^3 = 1,001 dm^3**	**j)**	**$92cm^3$ 36 mm^3 = 0.092036 dm^3**

Página 100

4) Expresar

a)	**$16m^3$ = 16.000.000 cm^3**	**b)**	**2,57 m^3 = 2.570.000 cm^3**
c)	**9 dm^3 = 9.000 cm^3**	**d)**	**3,5 dm^3 = 3.500 cm^3**
e)	**4 mm^3 = 0,004 cm^3**	**f)**	**$5.900mm^3$ = 5,9 cm^3**

5) a) $12m^3$ $109dm^3$ $45cm^3$ b) 76,535706921 m^3 c) $26m^3$ $30dm^3$ $51cm^3$ $86mm^3$

PROBLEMAS.-

1) Aristas: 5 cm ; 1,5 cm ; 3,7 cm.- Volúmen : 27,75 cm^3

2) a) V = 8 cm^3, A_T = 24 cm^2 b) V = 27 dm^3, A_T = 54 dm^2 c) V = 64 m^3, A_T = 96 m^2 d) V = 1.860,867 mm^3, A_T = 907,74 mm^2

Página 101

3) a) 5cm b) 9 dm c) 4m

4) 0,5304 m^3 5) 5,76 m^3 6) $ 529.200 7) A_{cara} = 4 dm^2, A_T = 24 dm^2, V = 8 dm^3

Página 105

1)

a)	9 kg	b)	3,4 kg	c)	5,71 kg	d)	26 dág	e)	8 hg
	9.000 gr		3.400 gr		5.710 gr		260 gr		800 gr
a)	7.920mg	b)	5 cg	c)	1 dág 9mg	d)	6cg 4mg	e)	7hg 6g 3cg
	7,92 gr		0,05 gr		10,009 gr		0,064 gr		706,03 gr
a)	12 kg 75g	b)	9hg 3dág	c)	4kg 7dág 2g	d)	6kg 5hg 9dág	e)	8hg 4dág 7cg
	18.075 gr		930 gr		4.072 gr		6.590 gr		840.07 gr

2)

a)	3.500gr	b)	43gr	c)	7 dág	d)	9hg 2 dág	e)	7kg 8dág
	3,5 kg		0,043 kg		0,07 kg		0,92 kg		7,08
a)	6kg 80gr	b)	1kg 3dág 5gr	c)	4kg 8hg 9dág	d)	12Ton m	e)	83 qq
	6,08 kg		1,035 kg		4,89 kg		12.000 kg		8.300 kg
a)	7,2 Ton m.	b)	15 Tm 6qq	c)	0,5qq	d)	¼ T m	d)	½ qq
	7.200 kg		15.600 kg		50 kg		250 kg		50 kg

3)

a)	3dg	b)	5gr 8cg
	0,03 dág		0,508 dág

4) **<u>0,02Tm</u>** **<u>0,2qq</u>** **<u>20 kg</u>** **<u>200 hg</u>** **<u>2000dág</u>** **<u>20000gr</u>**

<u>200000dg</u> **<u>2000000cg</u>** **<u>20000000mg</u>**

5) **<u>0,072 Kg</u>** **<u>0,72 Hg</u>** **<u>7,2 dag</u>** **<u>72</u> gr** **<u>720 dg</u>** **<u>7.200 cg</u>** **<u>72.000 mg</u>**

Página 106

6)

	a)	2 kg	b)	5,7kg	c)	4kg 36gr	d)	9kg 5dág	d)	12 Tm
Vol.		2 dm^3		5,7 dm^3		4,036 dm^3		9,05 dm^3		12.000 dm^3
Cap.		2 lts		5,7 lts		4,036 lts		9,05 lts		12.000 lts
	a)	8Tm 3qq	b)	7,2qq	c)	50gr	d)	3hg 4dág	e)	3kg 7mg
Vol.		8.300 dm^3		720 dm^3		50 cm^3		340 cm^3		3,007 dm^3
Cap.		8.300 lts		720 lts		50 ml		340 ml		3,07 lts

7)

a)	7 litros	b)	9 dm^3	c)	15,2 litros	d)	8litros 5 dl
	7 kg		9 kg		15,2 kg		8,5 kg
a)	3litros 9cl 2ml	b)	360 cm^3	c)	4,5 hl	d)	27 dál
	3,092 kg		360 gr		450 kg		270 kg

1) 5.160.000 Toneladas.

2) 70.848 Toneladas

SIMBOLOS USADOS EN EL TEXTO (Vocabulario)

1)	$\mathcal{E}$	=	Espacio	25)	V	=	Volumen	49)	$<$	=	Menor que
2)	$\overleftrightarrow{AB}$	=	Recta	26)	$+$	=	Suma	50)	$=$	=	Es igual
3)	$\overrightarrow{AB}$	=	Rayo	27)	$-$	=	Resta	51)	$>$	=	Mayor que
4)	$\overline{AB}$	=	Trazo	28)	•	=	Multiplicación	52)	$\cong$	=	Congruente
5)	α	=	Alfa	29)	$\div$	=	División	53)	$\geq$	=	Mayor o igual
6)	β	=	Beta	30)	$\sqrt{\ }$	=	Raíz	54)	$\sim$	=	Semejante
7)	γ	=	Gamma	31)	x^2	=	Potencia	55)	$\neq$	=	Distinto
8)	δ	=	Delta	32)	°	=	Grado	56)	$\mathcal{P}$	=	Plano
9)	ε	=	Épsilon	33)	%	=	Porcentaje	57)	$\angle$	=	Angulo
10)	λ	=	Lambda	34)	$\forall$	=	Para todo	58)	//	=	Rectas paralelas
11)	π	=	Pi	35)	$\cup$	=	Unión	59)	V	=	Verdadero
12)	ρ	=	Rho	36)	$\cap$	=	Intersección	60)	F	=	Falso
13)	φ	=	fi	37)	∟	=	Angulo recto	61)	#	=	Paralelógramo
14)	χ	=	ji	38)	$\perp$	=	Rectas perpendiculares				
15)	ω	=	omega	39)	∞	=	Infinito				
16)	$\triangle$	=	Triángulo	40)	h	=	Altura de un triángulo				
17)	□	=	Cuadrado	41)	b_α	=	Bisectriz de 1 ángulo				
18)	▭	=	Rectángulo	42)	S_c	=	Simetral de un trazo				
19)	●	=	Circulo	43)	t_b	=	Transversal de gravedad				
20)	$\odot$	=	Circunferencia	44)	tgte	=	Tangente				
21)	r	=	Radio de 1 $\odot$	45)	M	=	Punto medio				
22)	d	=	Diámetro	46)	*	=	Asterisco				
23)	P	=	Perímetro	47)	$\wedge$	=	y				
24)	A	=	Área	48)	$\vee$	=	o				

BIBLIOGRAFIA.-

Prof J.A.Baldor — **Geometría plana y del Espacio.-**
Editorial Vasco Americana S.A-
Bilbao - España

Carlos Alcayaga P — **Matemática Educación Básica**
Profesor de Matemáticas.

Beatriz Mujica P.
M. Angélica Videla Frugone — **Matematica Educación Básica**
(ARRAYAN)

Adaptación Isabel Rauld V. — **Matemática Educación Básica**
(ARRAYAN SIGLO XXI)

Gladys Sepúlveda Romero — **Matemática Enseñanza Básica**
Pamela Solabarrieta Alvarez — **Proyecto Calicanto**
Verónica Vial Reynal
(SANTILLANA)

Manuales Preparación P.S.U.
(UNIVERSIDAD CATOLICA)