TERCERA ETAPA DEPARTAMENTAL **Nº Examen**

AREA: MATEMATICAS

DEPARTAMENTO: ………………………

20 de Agosto de 2011

SOLUCIONARIO 4º DE SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Debe marcar la respuesta correcta)

1. (10pts)Dada la inecuación $|2x-4|<x+1$ el conjunto solución es :

a) $x>1$ **y** $x<5$ b) $x\geq 1$ y $x<5$ c) $x>-1$ y $x<5$ d) $x>1$ y $x\leq 5$ e) ninguna de las anteriores

2. (10pts)Si x+y = 10, y xy = 20, calcular el valor de $x^2 + y^2$.
   a) 30 b) 40 c) 50 **d)** 60 e) Ninguna Anterior.

3. (10pts)¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera, para $f(x) = x^2 + 1$?
   a) f(x) es impar
   b) f(x) es simétrica respecto al eje x
   c) f(x) es simétrica respecto al origen de coordenadas.
   d) f(x) es simétrica respecto al eje y
   e) Ninguna anterior.

4. (10pts) En cuantos puntos corta la circunferencia: $x^2+y^2-2x-4y-20=0$ a los ejes coordenados.
   a) 3 **b) 4** c) 1 d) 2 e) Ninguna anterior.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizarlas en esta misma hoja)

5. (15 pts) Usted se encuentra en un enorme salón que posee 100 bombillas, inicialmente apagadas y numeradas del 1 al 100. para encender las bombillas, usted debe pronunciar lentamente los números del 1 al 100, en orden ascendente. Cada vez que pronuncia el número i, las bombillas que son múltiplos de i cambian mágicamente de estado (si estaban encendidas se apagan, y se encienden si estaban apagadas). Cuando haya terminado de pronunciar el número 100, determine:

   a) ¿Cuántas bombillas habrán quedado encendidas?
   b) ¿Qué número tienen esas bombillas?
   c) Si queremos que se enciendan solamente 5 ¿en qué número debemos parar de contar?

SOLUCION

Se debe considerar la generación de números primos, donde cada vez que se pronuncie un múltiplo, las bombillas cambian de estado

Al pronunciar 1, se encienden todas

Al pronunciar 2, se apagan las que están pintadas

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94

5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Se debe dar puntaje por todos los análisis realizados, se aconseja considerar estas pautas

.- * Considera que con el 1 se encienden todas 1 puntos

* Quedan todos los números primos apagados, porque se apagan una sola vez y no se vuelven a prender mas 2 puntos
* Solo quedan prendidas el 1, 4 , 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 y 100 porque tienen un número par de divisores sin contar el 1 lo que deja prendida la ultima posibilidad En total quedan 10 bombillas encendidas 4 puntos
* Todos los restantes quedan apagados porque tienen un número impar de divisores sin contar el 1 1 puntos
* Si queremos que queden encendidas solo cinco bombillas debemos parar de contar en el 94 inclusive con lo que se apaga el 94 y quedan encendidos solo el 95, 96 ,97, 98 y 99 porque el 100 esta apagado º 2 puntos

6. (15 pts) Se tiene las siguientes series:

Serie 1: 1
Serie 2: 3 5
Serie 3: 7 9 11
Serie 4: 13 15 17 19
…
…
Hallar el promedio aritmético de los términos pertenecientes a la serie 2011.

SOLUCION.
Las series

Serie 1: 1
Serie 2: 3 5
Serie 3: 7 9 11
Serie 4: 13 15 17 19
…
…

Tienen promedios aritméticos de la forma:
1, 4, 9, 16, 25, ……………

Donde cada promedio es igual al de la serie anterior más un número impar:
1, 1+3, 4+5, 9+7, 16+9, …………..
1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7, 1+3+5+7+9, …………..
Luego para la serie 2011 el promedio resulta

$$\underbrace{1+3+5+7+9+\ldots\ldots\ldots\ldots+\ldots\ldots}_{2011 \quad números}$$

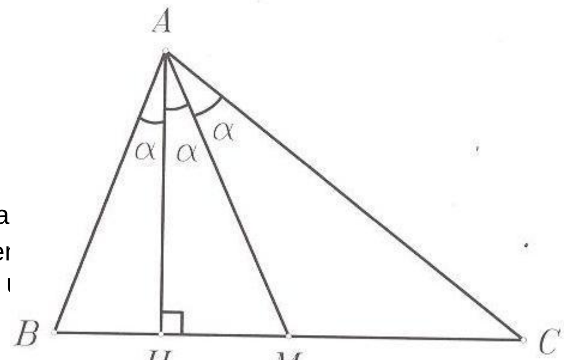
Forman una progresión aritmética, donde:

$t_1 = 1;\ n = 2011;\ d = 2$

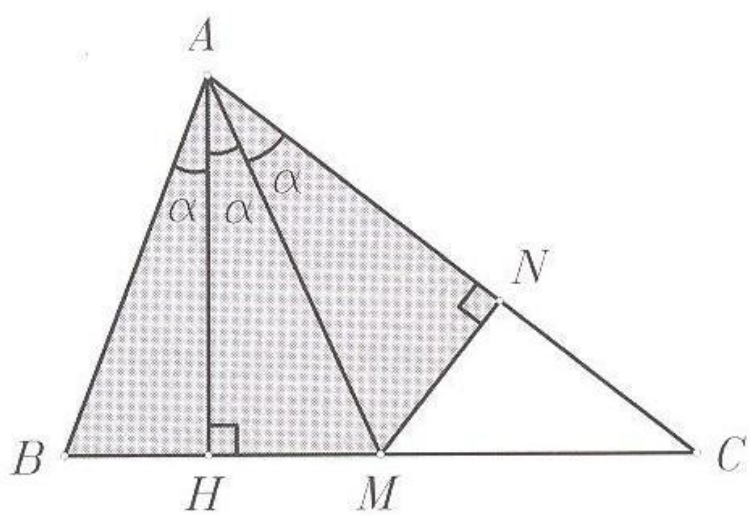
$$S_n = \frac{n(t_1 + t_n)}{2} = \frac{n(2t_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{2011[2*1 + (2011-1)2]}{2} = 2011^2$$

7. (15 pts) En un triángulo ABC, la altura y la mediana relativas a A dividen al ángulo A en tres partes iguales. Halla la diferencia entre el mayor y el menor de los ángulos del triángulo ABC.

SOLUCIÓN



Sea H el pie de la altura … BC. Supongamos que los puntos B,H,M,C aparecen … $M = \angle MAC = \propto$. Ubicamos en el lado AC …

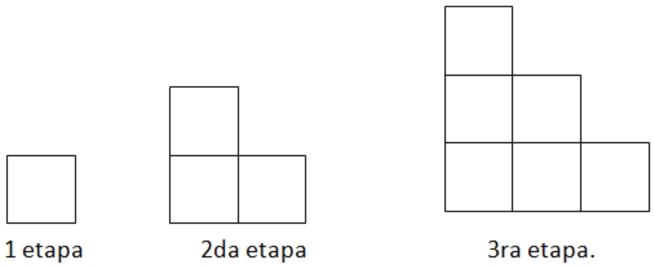


Notamos que el triángulo ABM es isósceles, con AB=AM. Po r lo tanto, los triángulos rectángulos ABH, AMH y AMN, tienen los mismo ángulos y la misma longitud de la hipotenusa, en consecuencia, esos triángulos son congruentes.

Sea BH=HM=MN=a, como M es punto medio de BC, entonces MC= 2a. Con esto tenemos que el triángulo rectángulo NMC cumple que $MC = 2 \cdot MN$, luego, $\angle NMC = 60°$, $\angle MCN = 30°$ y en el triángulo rectángulo AHC obtenemos que $\propto = 30°$.

Por lo tanto, los ángulos del triángulo ABC son: $\angle ABC = 90° - \propto = 60°, \angle ABC = 3\propto = 90°$ y $\angle ACB = \angle MCN = 30°$. Finalmente, la diferencia entre el mayor y el menor de ellos es $90° - 30° = 60°$.

8. (15 pts) ¿Cuántos palitos de fosforo se utilizaran en la etapa 10?



SOLUCION
N = 2n + (n+ (n-1) + (n-2) + ….+ 2 + 1) * 2
N = 2 *10 + 10 *11 = 20 + 110 = 130.
RESP. N = 130

NOTA:

ESTA ES LA VERSION FINAL DEL SOLUCIONARIO, DEBEN CORREGIR

PREG 5 4º SECUNDARIA